COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 FÉVRIER 1856.

PRÉSIDENCE DE M. BINET.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Sur le changement qu'éprouve la boussole dans sa direction, lorsqu'on la transporte d'un point à un autre de la terrasse de l'Observatoire impérial de Paris; par* **M. Le Verrier.**

« Une discussion s'est élevée devant l'Académie au sujet des influences des actions locales sur la direction de la boussole à l'Observatoire de Paris; influences décelées par un excellent travail de MM. Goujon et Liais, et dont M. Laugier a cru devoir, dans l'intérêt des observations antérieures, contester l'exactitude.

» Dans le travail des deux astronomes de l'Observatoire de Paris, les attractions locales ont été mises hors de doute par ce simple fait, que, d'une extrémité à l'autre de la terrasse sud, dont l'étendue est de 83 mètres, la déclinaison de la boussole varie de *sept* minutes. Or on sait que, malgré les efforts de M. Le Verrier pour ramener le débat à ce point de fait net et précis, fait qu'on a offert à M. Laugier de vérifier lui-même à l'Observatoire, il avait été impossible jusqu'ici d'obtenir de ce dernier aucune explication à cet égard. Mis en demeure de se prononcer enfin sur un point aussi

capital, M. Laugier s'est décidé à l'aborder dans une Note insérée au *Compte rendu* de la dernière séance, Note qui, d'après les expressions de l'auteur, contient *toute sa pensée* (1).

» Or, voici *toute cette pensée :*

« 1°. Les différences constatées à l'Observatoire entre les diverses directions de la boussole à l'est, au centre et à l'ouest de la terrasse, ne seraient pas dues aux grandes masses de fer qui entourent ces stations.

» 2°. Ces différences seraient produites par des fers qui *pourraient* avoir été employés dans la construction des voûtes voisines des pavillons de l'Est et de l'Ouest; voûtes qui seraient beaucoup plus éloignées du pavillon Central.

» 3°. Puisqu'on a constaté que le chemin de fer de Sceaux n'agit pas sur la direction de la boussole portée à 100 et 160 mètres de ce chemin, comment veut-on que le bâtiment de l'Observatoire cause des variations assez notables dans les déclinaisons des divers pavillons? »

» L'Académie remarquera d'abord, dit M. Le Verrier, que M. Laugier s'expliquant enfin sur les variations que la direction de la boussole éprouve quand on se transporte de l'est à l'ouest de la terrasse, n'en conteste pas l'existence. Ces variations ont été établies par trois séries d'observations distinctes, faites à trois époques éloignées l'une de l'autre. Elles résultent d'ailleurs d'observations faites par M. Laugier lui-même en 1850. On ne pouvait les nier. Elles sont donc acquises, de l'aveu de tous, à la discussion, qui ainsi fait un grand pas.

« Mais, ajoute-t-on, il ne résulte pas nécessairement de cette concession que les observations faites dans le pavillon Central soient erronées; il se *pourrait* qu'il n'y eût d'inexactes que les observations faites dans les pavillons extrêmes, et cela à cause de quelques fers qui *pourraient* être entrés dans la construction des voûtes voisines. »

» A ces arguments produits *in extremis*, nous ne répondrons pas que ce ne serait pas à nous de prouver que ces fers, dont l'intervention est si opportune, n'existent pas, mais bien à M. Laugier de les découvrir et de les montrer; mais nous répliquerons :

---

(1) Nous devons faire remarquer que cette Note a été rédigée postérieurement à la séance, et par conséquent après la dernière réclamation qui l'avait rendue indispensable. Cette Note aurait donc dû être imprimée à la page 312, après l'article de M. Le Verrier. Son impression à la page 307, avant cet article, auquel elle semble ôter une partie de son opportunité, doit être le résultat d'une erreur.

» Que le pavillon de l'Est, celui-là même pour lequel les observations de M. Laugier établissent une différence avec le pavillon Central, non-seulement n'est pas construit sur des voûtes, mais qu'il en est plus éloigné que le pavillon Central. L'angle de la voûte la plus voisine de ce dernier pavillon n'en est qu'à 14 mètres, tandis que l'angle de la voûte la plus voisine du pavillon de l'Est en est à 19 mètres. D'où il suit que le système imaginé par M. Laugier se retournerait contre lui, si l'on voulait en conclure que la différence observée entre le pavillon de l'Est et le pavillon Central vient plutôt d'erreurs existant dans ce dernier.

» Mais, hâtons-nous de le dire, ce système des erreurs accidentelles, produites par de petites masses de fer agissant chacune sur un pavillon et point du tout sur les autres, est inadmissible. L'observation de la déclinaison a été faite en quatre points de cette ligne de 83 mètres qui va du pavillon de l'Ouest au pavillon de l'Est. Or la variation de la boussole, en passant d'une de ces stations à l'autre, s'est trois fois produite dans le même sens. Croit-on donc que les causes occultes et accidentelles invoquées par M. Laugier eussent produit une telle régularité dans la marche du phénomène? Ou ne doit-on pas bien plutôt conclure qu'une action aussi régulièrement variable dépend des masses de fer extérieures à la ligne des pavillons magnétiques, masses dont nous avons fait relever les poids et la position afin de faire comprendre leur importance?

» Les fers existant dans la tour Est du bâtiment s'élèvent à la somme totale d'environ 23000 kilogrammes. Une grande partie d'entre eux sont placés dans une situation telle, qu'ils doivent s'aimanter par l'action du globe et avoir leur pôle nord à leur extrémité inférieure.

» Il existe en outre, au sud-est du pavillon de l'Est, un vaste plancher en fer appartenant à une future église, et dont l'angle le plus voisin n'est qu'à 62 mètres du pavillon de l'Est. Ce plancher, qu'on a passé sous silence, pèse 71000 kilogrammes. Il est d'ailleurs composé en son entier de barres de fer tellement orientées, qu'elles ont dû également s'aimanter par l'action du globe et de manière à ce que leurs pôles nord soient plus voisins de l'Observatoire que ne le sont leurs pôles sud.

» Tenons-nous-en à ces deux *spécimens* des masses de fer qui nous entourent, et laissons de côté, d'une part une fabrique située à 54 mètres du pavillon de l'Ouest et contenant machine à vapeur, engrenages, arbres de couche, métiers, etc., de l'autre les fers en quantités énormes qui existent dans le reste de nos bâtiments.

» Il n'échappera à personne qu'à cause de la disposition des fers nord-

est qui agissent principalement sur le pôle nord de notre boussole, ils doivent repousser ce pôle vers l'ouest et augmenter la mesure de la déclinaison. Les fers sud-est à leur tour, pesant ensemble 71000 kilogrammes, doivent attirer le pôle sud de la boussole et augmenter aussi la déclinaison par une influence qui doit devenir d'autant plus sensible qu'on se rapproche davantage de ces fers en marchant de l'ouest à l'est. Or tel est précisément le sens de la variation que nous avons constatée. La déclinaison de la boussole va sans cesse en augmentant, et d'une manière continue, à mesure qu'on la transporte de l'ouest vers l'est.

» C'est ici qu'on aperçoit combien est futile l'objection tirée des expériences faites par nous près du chemin de fer de Sceaux. Les rails de ce chemin ne pesant que 32 kilogrammes au mètre courant, et la voie étant d'ailleurs simple, la quantité de fer que nous avions alors à redouter n'était point équivalente à la vingtième partie de celle qui nous menace à l'Observatoire. Il importe d'ailleurs de prendre en considération une circonstance qui, avant de faire l'expérience relative au chemin de fer de Sceaux, nous avait fait prévoir qu'elle donnerait un résultat négatif. Placées bout à bout, les diverses barres qui composent les rails, s'aimantent toutes de la même manière par l'action du globe, le pôle sud de l'une se trouvant dans le voisinage du pôle nord de l'autre ; d'où il résulte que les actions attractives et répulsives exercées sur la boussole se compensent les unes les autres. Il n'en est pas de même des actions exercées par les barres de fer existant dans les grandes masses placées au sud-est et au nord-est de nos boussoles; l'immense majorité de ces barres constituent des aimants naturels agissant tous de la même manière.

» Dans cet état de la discussion, et considérant :

» Qu'on ne conteste pas que la déclinaison et l'inclinaison de la boussole n'ont pas les mêmes valeurs dans les différentes stations de notre terrasse;

» Qu'on a recours, pour expliquer les variations, à l'action de prétendues masses de fer qu'on ne montre pas, et qui pourraient d'ailleurs se trouver tout aussi bien dans le voisinage du pavillon Central que dans le voisinage du pavillon Est et du nouveau pavillon;

» Que l'hypothèse de ces actions accidentelles et particulières à chaque pavillon est incompatible avec la variation continue qu'on observe en passant de l'un à l'autre;

» Enfin, que les deux masses de fer, l'une de 23000 kilogrammes située au nord-est, l'autre de 71000 kilogrammes située au sud-est, masses

composées de barres nécessairement aimantées par l'action du globe, agissent toutes les deux dans le sens des variations observées;

» Nous pourrons regarder la question comme suffisamment éclaircie, et laisser là un débat qui a donné pleine et entière raison aux observations de MM. Goujon et Liais, si nos confrères estiment qu'il ne soit pas nécessaire de relever, dans l'Académie même où elles se sont produites, les trop nombreuses et trop graves erreurs théoriques commises dans cette discussion (1). »

Après la communication de *M. Le Verrier*, M. Mathieu prend la parole en ces termes :

« Quand M. Le Verrier aura inséré dans le *Compte rendu* les détails qu'il vient de donner sur l'influence qu'exercent sur la direction de l'aiguille aimantée les masses de fer disséminées dans l'Observatoire, M. Laugier, à son retour des Pyrénées, pourra répondre, s'il le juge convenable. Pour moi, je me contenterai de ramener à son véritable objet une question qui en a été singulièrement détournée. M. Laugier a mesuré, en 1854, la déclinaison de l'aiguille aimantée en quatre points de l'enceinte fortifiée de Paris; il a conclu de ses observations la déclinaison pour l'Observatoire, et il a trouvé qu'il n'y avait aucune correction à faire aux déclinaisons mesurées dans le pavillon Central, le seul où se faisaient annuellement les observations magnétiques. M. Le Verrier, adoptant le même plan, suivant exactement la même marche, a aussi conclu la déclinaison de l'Observatoire des déclinaisons mesurées en 1855 dans quatre points extérieurs, au sud et au nord, à l'est et à l'ouest de Paris, et il a trouvé une correction de 6′39″ pour la déclinaison du pavillon Central. Quelle est la correction exacte? Là est véritablement la question. M. Laugier, tout en regardant son résultat comme probable, s'est empressé de dire et de répéter plusieurs fois à l'Académie que ce n'est qu'en observant de nouveau et dans un grand nombre de points, que l'on pourra trouver la correction définitive, qui ne sera peut-être ni zéro ni 6′39″. Je partage entièrement cet avis. Tout ce qui vient d'être dit sur les influences locales ne fait qu'embarrasser la discussion. Aujourd'hui la question est amenée à une question de fait qui ne peut être résolue que par de nouvelles expériences. »

---

(1) A la suite de cette communication, deux Membres de l'ancienne administration de l'Observatoire ont cru devoir présenter des explications étrangères au fond du débat. Nous n'avons nullement l'intention, si l'on ne nous y force pas, de prolonger une discussion pénible pour eux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une formule très-simple et très-générale qui résout immédiatement un grand nombre de problèmes d'analyse déterminée et d'analyse indéterminée; par* **M. Augustin Cauchy**.

« La considération des fonctions linéaires et homogènes m'a conduit à divers théorèmes, puis à une formule très-simple, qui, en raison des nombreuses applications qu'on en peut faire, m'a paru digne d'être remarquée, et que je vais établir.

» Considérons d'une part m variables

$$x, y, z, \ldots, t,$$

d'autre part n fonctions linéaires et homogènes

$$u, v, w, \ldots, s$$

de ces mêmes variables. Les valeurs de ces fonctions seront fournies par n équations, desquelles on pourra tirer les valeurs de quelques-unes des variables

$$x, y, z, \ldots, t,$$

exprimées en fonctions des autres variables, et des termes de la suite

$$u, v, w, \ldots, s.$$

Pour y parvenir, on tirera de la première équation la valeur d'une variable x_1, puis on la substituera dans les autres équations. Si, par cette substitution, toutes les variables ne sont pas éliminées en même temps que x_1, on tirera d'une seconde équation la valeur d'une seconde variable $x_2, \ldots$, et en continuant de la sorte, on substituera aux équations données, d'une part, des équations qui détermineront certaines variables

$$x_1, x_2, \ldots, x_\nu,$$

dont le nombre sera ν, en fonction de $m - \nu$ autres variables

$$x', x'', x''', \ldots,$$

et des termes de la suite

$$u, v, w, \ldots, s;$$

d'autre part, si, ν étant inférieur à n, $n - \nu$ diffère de zéro, $n - \nu$ équations de condition linéaires et homogènes entre les fonctions

$$u, v, w, \ldots, s.$$

Dans ce dernier cas, les variables

$$x,\ y,\ z,\ldots,\ t$$

étant prises pour clefs anastrophiques, si l'on pose

$$\Omega = uvw\ldots s,$$

le produit symbolique $|\Omega|$ sera identiquement nul, quelles que soient d'ailleurs les valeurs attribuées, dans le développement de $|\Omega|$, aux produits symboliques partiels qui auront pour facteurs n termes de la suite

$$x,\ y,\ z,\ldots,\ t.$$

Dans le cas contraire, en laissant indéterminée la valeur de chacun de ces produits partiels, on obtiendra une valeur de $|\Omega|$ qui renfermera une ou plusieurs indéterminées, dont l'une sera précisément la valeur attribuée au produit symbolique

$$|x_1\ x_2\ldots\ x_n|$$

» Cela posé, on établira sans peine les propositions suivantes :

» I[er] *Théorème.* Étant données n équations qui expriment n quantités

$$u,\ v,\ w,\ldots,\ s$$

en fonctions linéaires et homogènes de m variables

$$x,\ y,\ z,\ldots,\ t,$$

posons

$$\Omega = uvw\ldots s;$$

et concevons que, les variables x, y, z,..., t étant prises pour clefs anastrophiques, on laisse indéterminée dans le produit $|\Omega|$ la valeur de chacun des produits partiels formés avec quelques-unes des clefs x, y, z,..., t. Il arrivera de deux choses l'une : ou le coefficient de chaque produit partiel, par conséquent de chaque indéterminée, sera identiquement nul, et l'on trouvera ainsi

$$|\Omega| = 0;$$

ou la valeur générale de $|\Omega|$ ne sera pas nulle. Dans le premier cas, les fonctions

$$u,\ v,\ w,\ldots,\ s$$

vérifieront une ou plusieurs équations de condition linéaires et homogènes; et, si l'on nomme l le nombre de ces équations de condition, on pourra, des équations données, tirer les valeurs de plusieurs variables

$$x_1,\ x_2,\ldots,\ x_\nu,$$

dont le nombre sera

$$\nu = n - l,$$

exprimées en fonctions linéaires et homogènes des autres variables

$$x', \; x'', \; x''', \ldots,$$

et des termes de la suite

$$u, \; v, \; w, \ldots, \; s.$$

Dans le second cas, les équations de condition dont nous venons de parler disparaîtront, et les n équations données détermineront les valeurs de n variables

$$x_1, \; x_2, \ldots, \; x_n,$$

prises dans la suite

$$x, \; y, \; z, \ldots, \; t,$$

en fonctions linéaires et homogènes des $m - n$ autres variables

$$x', \; x'', \; x''', \ldots,$$

et des termes de la suite

$$u, \; v, \; w, \ldots, \; s.$$

» II[e] *Théorème.* Les mêmes choses étant posées que dans le premier théorème, concevons que l'on assujettisse les variables $x, y, z, \ldots, t$ à vérifier les équations

$$(1) \qquad u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \ldots, \quad s = 0.$$

Si l'on a $|\Omega| = 0$, quelques-unes de ces équations se déduiront des autres, et par suite le nombre ν des variables

$$x_1, \; x_2, \ldots, \; x_\nu$$

qu'elles détermineront, sera inférieur à n. Si, au contraire, le produit symbolique $|\Omega|$ n'est pas identiquement nul, les équations (1) détermineront n variables

$$x_1, \; x_2, \ldots, \; x_n$$

en fonctions linéaires et homogènes de $m - n$ autres variables

$$x', \; x'', \; x''', \ldots,$$

dont chacune restera indéterminée; et, pour que des valeurs de

$$x, \; y, \; z, \ldots, \; t,$$

propres à vérifier les équations (1), soient aussi générales qu'elles doivent

l'être, il suffira qu'elles renferment des indéterminées distinctes dont le nombre ne puisse s'abaisser au-dessous de $m - n$. Or c'est précisément ce qui arrivera si l'on pose

$$(2)\qquad x = |\Omega x|,\quad y = |\Omega y|,\ldots,\quad t = |\Omega t|.$$

Donc les solutions les plus générales des équations (1) seront données par les formules (2). Ajoutons que, si l'on nomme r une fonction linéaire et homogène des variables $x, y, z, \ldots, t$, on aura, en supposant ces variables déterminées par les équations (1),

$$(3)\qquad r = |\Omega r|.$$

Cette dernière formule peut à elle seule remplacer les équations (2) que l'on en déduit, en prenant successivement pour r chacune des variables $x, y, z, \ldots, t$.

» On peut appliquer utilement le deuxième théorème et la formule générale qu'il nous offre, c'est-à-dire la formule (3), à un grand nombre de questions diverses, spécialement à la résolution des équations linéaires homogènes ou non homogènes, déterminées ou indéterminées, à l'élimination des variables entre des équations algébriques de degrés quelconques, à la détermination des restes successifs que produit la recherche du plus grand commun diviseur de deux polynômes, etc. Entrons à ce sujet dans quelques détails.

» Supposons d'abord que l'on donne à résoudre n équations linéaires, essentiellement distinctes et homogènes, entre $n+1$ variables

$$x,\ y,\ z,\ldots,\ t.$$

Ces équations seront de la forme

$$(2)\qquad u = 0,\quad v = 0,\quad w = 0,\ldots,\quad s = 0,$$

$u, v, w, \ldots, s$ désignant $n+1$ fonctions linéaires et homogènes des n variables

$$x,\ y,\ z,\ldots,t;$$

et, si l'on pose

$$\Omega = uvw\ldots s,$$

le produit symbolique $|\Omega|$ ne sera pas nul. Cela posé, si l'on nomme r une nouvelle fonction linéaire et homogène de $x, y, z, \ldots, t$, le produit symbolique

$$|\Omega r|$$

sera de la forme

$$k\,|xyz\ldots t|,$$

k désignant une constante déterminée; et si, en laissant indéterminée la valeur attribuée au produit symbolique

$$|xyz\ldots t|,$$

on désigne cette valeur par τ, la formule (3) donnera

$$(4)\qquad r = k\tau.$$

» Ainsi, par exemple, si l'on suppose les équations (2) réduites aux suivantes :

$$(5)\qquad \begin{cases} 3x + 2y + z = 0, \\ x + 3y + 2z = 0, \end{cases}$$

et si d'ailleurs on prend

$$r = \alpha x + \beta y + \gamma z,$$

on aura

$$|\Omega| = |yz| - 5|zx| + 7|xy|,$$
$$|\Omega r| = (\alpha - 5\beta + 7\gamma)|xyz|;$$

puis, en laissant indéterminée la valeur du produit symbolique $|xyz|$, et désignant cette valeur par τ, on tirera de la formule (3)

$$(6)\qquad r = (\alpha - 5\beta + 7\gamma)\tau.$$

Si, dans l'équation (6), on suppose la fonction r successivement réduite à x, puis à y, puis à z, cette équation donnera

$$(7)\qquad x = \tau,\quad y = -5\tau,\quad z = 7\tau.$$

Telles sont les valeurs générales de x, y, z propres à résoudre les équations (5). Il suffira, d'ailleurs, d'attribuer à l'indéterminée τ une valeur entière pour obtenir les solutions en nombres entiers.

» Si l'on attribue à l'une des variables $x, y, z, \ldots, t$ une valeur déterminée, les équations données seront linéaires par rapport aux variables restantes, mais cesseront d'être homogènes, et les valeurs des variables restantes se déduiront immédiatement de la formule (3). Ainsi, cette formule sert encore à résoudre n équations linéaires, mais non homogènes, entre n variables.

» Concevons, pour fixer les idées, que l'on donne, entre deux varia-

bles x, y, les équations

$$(8) \qquad \begin{cases} 3x + 2y = 1, \\ x + 3y = 2. \end{cases}$$

Il suffira, pour obtenir ces équations, de poser $z = -1$ dans les formules (5). D'ailleurs, en posant $z = -1$, on tirera des formules (7), $\tau = -\frac{1}{7}$, et, par suite,

$$(9) \qquad x = -\frac{1}{7}, \quad y = \frac{5}{7}.$$

Telles sont effectivement les valeurs de x, y qui satisfont aux équations (8).

» On déduirait pareillement de la formule (3) les valeurs de m inconnues x, y z, ..., t déterminées par m équations linéaires, mais non homogènes, et l'on retrouverait ainsi les formules générales qui fournissent ces valeurs.

» Supposons maintenant que, les équations données étant linéaires et homogènes, la différence $n - m$ entre le nombre m des variables et le nombre n des équations surpasse l'unité. Alors le nombre des indéterminées, dans les valeurs générales des variables, ne pourra s'abaisser au-dessous de $m - n$. D'ailleurs,

$$(10) \qquad N = \frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{1.2\ldots n}$$

étant le nombre des produits que l'on peut former avec m facteurs pris n à n, les formules (2) et (3) pourront introduire dans les valeurs de

$$x, \; y, \; z, \ldots, \; t$$

et dans la valeur de r, N indéterminées; mais, sans diminuer la généralité de ces valeurs, on pourra égaler à zéro plusieurs indéterminées et réduire ainsi leur nombre à $m - n$, pourvu toutefois qu'on ne demande pas de résoudre les équations linéaires données en nombres entiers.

» Concevons maintenant que, les coefficients de $x, y, z, \ldots, t$ dans les fonctions u, v, w, ..., s ayant des valeurs entières, on propose de résoudre en nombres entiers les équations (2), et supposons d'abord $m - n = 1$; alors, pour obtenir les valeurs générales de

$$x, \; y, \; z, \ldots, \; t,$$

il suffira de poser

$$|xyz\ldots t| = \tau,$$

si les coefficients numériques du produit symbolique $|xyz\ldots t|$ dans les valeurs de

$$|\Omega x|,\quad |\Omega y|,\quad |\Omega z|,\ldots,\quad |\Omega t|$$

ne sont pas tous divisibles par un même nombre, et

$$\theta\,|xyz\ldots t| = \tau,$$

s'ils sont tous divisibles par un même nombre θ, puis d'attribuer à τ des valeurs entières quelconques.

» Si l'on a $m - n > 1$, c'est-à-dire si le nombre des variables $x, y, z, \ldots, t$, surpasse de plus d'une unité le nombre des équations données, on devra encore, pour obtenir les solutions générales des équations (2) en nombres entiers, représenter par une lettre un certain multiple de chacun des produits symboliques partiels compris dans le développement de $|\Omega r|$, savoir le multiple qu'on obtient quand on multiplie ce produit partiel par le plus grand des entiers qui divisent les divers coefficients du même produit dans les développements des expressions

$$|\Omega x|,\quad |\Omega y|,\quad |\Omega z|,\ldots,\quad |\Omega t|;$$

puis attribuer à la lettre qui représentera ce multiple une valeur entière, qui sera d'ailleurs indéterminée. Les valeurs de

$$x,\ y,\ z,\ldots,\ t$$

ainsi obtenues renfermeront en général N indéterminées, la valeur de N étant donnée par la formule (10); et il pourra se faire qu'on ne puisse égaler à zéro une ou plusieurs de ces indéterminées sans restreindre la généralité des solutions en nombres entiers.

» Ainsi, par exemple, s'agit-il de résoudre en nombres entiers l'équation linéaire et homogène

$$2x + 3y + 5z = 0? \tag{11}$$

Alors, en posant

$$|yz| = \xi,\quad |zx| = \eta,\quad |xy| = \zeta,$$

on tirera des formules (2),

$$\left\{\begin{aligned} x &= 5\eta - 2\zeta,\\ y &= 2\zeta - 5\xi,\\ z &= 3\xi - 2\eta; \end{aligned}\right. \tag{12}$$

et ces valeurs de x, y, z résoudront en nombres entiers l'équation donnée, quelles que soient les valeurs entières attribuées aux trois indéterminées ξ,

η, ζ. D'ailleurs, on ne pourra, sans restreindre la généralité de la solution, réduire l'une de ces indéterminées à zéro.

» Au contraire, s'il s'agit de résoudre en nombres entiers l'équation

$$(13)\qquad 6x + 10y + 15z = 0;$$

alors, en posant

$$5|yz| = \xi,\quad 3|zx| = y,\quad 2|xy| = \zeta,$$

on tirera des formules (2),

$$(14)\qquad \begin{cases} x = 5(\eta - \zeta), \\ y = 3(\zeta - \xi), \\ z = 2(\xi - \eta); \end{cases}$$

et ces valeurs de x, y, z satisferont encore à l'équation (13), quelles que soient les valeurs entières attribuées aux trois indéterminées ξ, η, ζ; mais on pourra, sans diminuer la généralité de la solution trouvée, réduire à zéro l'une quelconque de ces trois indéterminées.

» Enfin, s'il s'agit de résoudre les équations

$$(15)\qquad \begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 0, \\ 4x + 3y + 2z + t = 0; \end{cases}$$

alors, en posant

$$5|yzt| = \xi,\quad 5|ztx| = \eta,\quad 5|txy| = \zeta,\quad 5|xyz| = \tau,$$

on tirera des formules (2),

$$(16)\qquad \begin{cases} x = -\eta - 2\zeta - \tau, \\ y = -\xi + 3\zeta + 2\tau, \\ z = 2\xi + 3\eta - \tau, \\ t = -\xi - 2\eta - \zeta; \end{cases}$$

et si l'on demande des solutions en nombres quelconques rationnels ou irrationnels, on pourra, sans diminuer la généralité des formules (16), y réduire à zéro deux quelconques des quatre indéterminées

$$\xi, \eta, \zeta, \tau;$$

mais il n'en sera plus de même si l'on demande les solutions en nombres entiers. Alors, à la vérité, on pourra, sans diminuer la généralité de la solution, poser

$$\xi = 0,\quad \eta = 0,$$

et réduire ainsi les formules (16) aux suivantes :

$$x = -2\zeta - \tau, \quad y = 3\zeta + 2\tau, \quad z = -\tau, \quad t = -\zeta,$$

ou, ce qui revient au même, aux deux équations

$$x = z + 2t, \quad y = -2z - 3t;$$

mais on restreindrait la généralité de la solution en supposant

$$\xi = 0, \quad \zeta = 0,$$

ou

$$\xi = 0, \quad \tau = 0,$$

puisqu'on exclurait ainsi, dans le premier cas, les valeurs impaires des variables y et t, dans le second cas, les valeurs de y et de z non divisibles par 3.

» Dans un autre article, je donnerai d'autres applications de la formule (3). »

MINÉRALOGIE. — *Note sur la production artificielle et par la voie humide d'argent chloruré (argent corné, silber-hornerz), et sur diverses épigénies par réduction d'oxydes ou de sels métalliques naturels ; par* **M. FRÉDÉRIC KUHLMANN.**

« Dans une récente communication, j'ai eu l'honneur d'entretenir l'Académie de la production artificielle par voie humide de diverses espèces minérales, en déterminant les réactions chimiques qui peuvent leur donner naissance à travers des corps poreux.

» L'intervention de ces corps, en permettant, par un ralentissement plus ou moins grand de ces réactions, d'obtenir des corps cristallisés, rend compte d'une manière satisfaisante de la formation de certaines cristallisations naturelles en géodes.

» Aux faits déjà signalés, je viens ajouter la formation artificielle et par voie humide du chlorure d'argent corné.

» Voici comment je procède pour obtenir ce corps : Après avoir rempli complétement un ballon d'une dissolution de nitrate d'argent, je ferme l'orifice du col avec un tampon d'un corps poreux, tel que de l'amiante, de la pierre ponce, de l'éponge de platine, de la laine, etc., je renverse le ballon dans un bain d'acide chlorhydrique en évitant toute rentrée d'air, de telle manière, que le corps poreux se trouve baigné d'un côté par la dissolution d'argent, et de l'autre par l'acide chlorhydrique.

» Bientôt les deux liquides se mettent en contact immédiat à travers le bouchon poreux, et il se forme à la surface supérieure de ce bouchon une petite couche de chlorure d'argent précipité, à travers laquelle la réaction se continue lentement en donnant naissance à une arborisation de chlorure d'argent corné qui étend ses rameaux mamelonnés dans la dissolution du sel d'argent. Ce chlorure, blanc d'abord, devient sous l'influence de la lumière d'un brun violacé. Il présente la demi-transparence, la cassure conchoïde et vitreuse, la consistance molle et la fusibilité de l'argent chloruré naturel, comme il en a la composition.

» Cette formation artificielle et par voie humide d'une matière à aspect vitreux n'est pas sans intérêt pour la géologie; elle donne la clef de la formation d'un grand nombre de minéraux qui ont les mêmes propriétés physiques et paraissent de même avoir été fondus.

» Comme le chlorure d'argent natif se trouve souvent associé avec de l'argent métallique, il me paraît très-vraisemblable que la formation du métal résulte, dans ce cas, de la réduction d'une partie du chlorure, et qu'elle a tous les caractères d'une épigénie. On sait, depuis longtemps, avec quelle facilité le chlorure d'argent cède son chlore à l'hydrogène naissant.

» En cherchant une explication de cette coexistence dans les mêmes masses minérales, de l'argent métallique et de l'argent chloruré, j'ai été conduit à reporter mon attention sur divers exemples de réduction analogues, déjà consignés dans un Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie en 1846, et qui a pour titre : Relation entre la nitrification et la fertilisation des terres (1).

» Dès cette époque, j'avais observé le phénomène curieux d'une épigénie par réduction, sinon totale, du moins partielle, d'un oxyde métallique. En faisant passer du gaz ammoniaque par un tube contenant du bioxyde de manganèse cristallisé, chauffé à 300 degrés environ, j'ai obtenu du protoxyde de manganèse conservant la forme cristalline qu'affectait le bioxyde soumis à l'expérience.

» A cet exemple, j'en ai joint beaucoup d'autres qui, d'une manière plus concluante encore, viennent à l'appui de l'explication que j'ai donnée de la formation de l'argent métallique lorsqu'il accompagne le chlorure natif.

---

(1) Dans ce Mémoire, je me suis efforcé d'expliquer le rôle important que joue l'ammoniaque dans la nitrification, et j'ai signalé en particulier, au point de vue de la fertilisation des terres, la facilité avec laquelle, par une réaction inverse de l'oxydation, l'acide nitrique des nitrates passe à l'état d'ammoniaque. Il s'agissait, par ces derniers faits, d'appuyer une opinion que j'avais émise, à savoir : *Que les nitrates exercent par eux-mêmes et par l'ammoniaque que donne leur propre décomposition une influence salutaire sur la végétation.*

» J'ai reconnu que, sous l'influence de l'hydrogène naissant, on peut ramener à l'état métallique tous les sels de plomb et de cuivre, et que le métal qui prend la place de ces sels, bien que plus ou moins poreux, selon la nature et le nombre des corps déplacés, affecte toujours la forme des cristaux qui lui ont donné naissance.

» C'est ainsi qu'en mettant des cristaux d'oxydule de cuivre, de carbonate et de phosphate de cuivre, de carbonate de plomb, d'oxychlorure artificiel de plomb, en contact avec du zinc et de l'acide sulfurique étendu d'eau, il y a, en peu de temps, transformation des oxydes ou des sels en masses métalliques à formes cristallines.

» Il suffit, pour que ces phénomènes de réduction se produisent, que le minéral à réduire soit en contact immédiat, par un point quelconque, avec le zinc immergé dans l'acide sulfurique faible. La réduction se propage peu à peu et de proche en proche sur toute la surface et dans toute l'épaisseur de la masse cristalline (1).

» Mes vues s'étant dirigées vers la réduction des minerais métalliques par les combinaisons de l'hydrogène avec les métalloïdes, l'acide sulfhydrique, qui noircit si promptement les sels de plomb, de cuivre et d'argent, a dû tout d'abord fixer mon attention. Bientôt il m'a été permis de produire des épigénies variées par le seul contact à froid de cet acide avec divers oxydes ou sels métalliques naturels. En faisant passer un courant d'hydrogène sulfuré à travers une allonge en verre dans laquelle les minerais cristallisés se trouvent déposés, la réaction est immédiate et souvent très-rapide; il y a même, dans quelques circonstances, élévation de température; l'oxygène des oxydes est déplacé à l'état d'eau, et, s'il s'agit d'un sel métallique, l'acide est mis en liberté et expulsé, si le sel décomposé est un carbonate.

» C'est ainsi qu'avec des cristaux d'oxyde ou de carbonate de cuivre, je produis du sulfure de cuivre; avec le carbonate de plomb natif, avec l'oxychlorure de plomb fondu, je produis du sulfure de plomb, ayant le

---

(1) Pour l'explication de ces réductions, il n'est pas absolument nécessaire de faire intervenir la décomposition de l'eau; l'oxygène nécessaire à la formation de l'oxyde de zinc qui doit saturer l'acide sulfurique pourrait être directement emprunté à l'oxyde à réduire; toutefois il me paraît plus logique d'admettre cette décomposition comme on le fait habituellement, car le phénomène ne se produit pas avec des acides concentrés, et d'ailleurs cette décomposition de l'eau intervient forcément lorsque le zinc, en contact avec l'acide sulfurique faible, sert à enlever l'oxygène combiné à l'azote dans l'acide nitrique; car, dans ce cas, il y a intervention de l'hydrogène pour former de l'ammoniaque. Cette transformation de l'acide nitrique des nitrates en ammoniaque est si complète, qu'elle peut être utilisée dans quelques analyses pour le dosage des nitrates.

remarquable éclat métallique qui caractérise les galènes. Dans toutes ces circonstances, les réactions, par une sorte de cémentation, pénètrent dans toute l'épaisseur de la masse minérale, et les sulfures conservent les formes cristallines des oxydes ou des sels métalliques qui ont servi à les former.

» En étendant ces réactions aux autres combinaisons de l'hydrogène avec les métalloïdes, je suis arrivé à des résultats très-variés et sur lesquels j'appellerai ultérieurement l'attention de l'Académie. »

« M. **Babinet** fait hommage à l'Académie du second volume de ses *Études et Lectures sur les Sciences d'observation et leurs applications pratiques*. Les divers sujets qui y sont traités se rapportent à la Physique du globe, à l'Astronomie et à la Météorologie. Ces Études contiennent aussi plusieurs articles écrits pour les séances publiques de l'Institut et pour les réunions trimestrielles.

» M. Babinet réclame de nouveau de ses confrères les avis et la critique qui lui ont été déjà si utiles. Le principal mérite qui a été recherché dans cet ouvrage, c'est la stricte fidélité aux doctrines positives de la science; en sorte que le public, qui n'est pas en position de contrôler les assertions de l'ouvrage, puisse y avoir une entière confiance. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de deux candidats pour la place de géographe, vacante au Bureau des Longitudes par suite du décès de *M. Beautemps-Beaupré*.

Scrutin pour le candidat qui sera présenté en première ligne.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 50,

M. Daussy obtient. . . . . . 46 suffrages.
M. Peytier. 4

Scrutin pour le candidat qui sera présenté en seconde ligne.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants, 47,

M. Peytier obtient. . . . . 38 suffrages.
M. de Tessan. 6
MM. Begat, Chazalon et Lieussou, chacun 1

D'après les résultats de ces deux scrutins, les candidats présentés par l'Académie sont :

En première ligne. . . . . M. **Daussy**.
En seconde ligne. . . . . M. **Peytier**.

L'Académie procède également, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant pour la Section de Médecine et de Chirurgie en remplacement de feu *M. Prunelle.*

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 44,

M. Guyon obtient.	35	suffrages.
M. Bally.	3	
M. Denys (de Commercy).	3	
M. Forget.	3	

M. Guyon, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est déclaré élu.

MÉMOIRES LUS.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *De la formation et de la répartition des reliefs terrestres;* par **M. F. de Francq.**

(Commissaires, MM. Élie de Beaumont, Dufrénoy, de Senarmont.)

« J'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie, le 4 avril 1853, un premier Mémoire sur la formation et la répartition des reliefs terrestres, dans lequel je cherchais à démontrer que si le globe a été dans l'origine à l'état de fusion complète, nous devons pouvoir retrouver des indices de ce fait *sur ses grands cercles,* dans l'étendue, dans la direction et dans la répartition des reliefs terrestres de ces derniers.

» Si le globe a été dans l'origine à l'état de fusion complète, la contraction qui a dû résulter de son refroidissement superficiel nous conduit, en effet, aux conclusions suivantes :

» 1°. L'épiderme terrestre a dû subir sur tous ses grands cercles une somme analogue de contraction dans sa zone en voie de refroidissement (si le refroidissement s'est opéré uniformément sur le globe entier), et cet épiderme a dû finir par présenter, par cela même, sur tous ses grands cercles, un excès de volume semblable dans sa zone supérieure, parvenue graduellement à un état de refroidissement assez complet pour ne plus se contracter par elle-même.

» 2°. La dépense d'un même excès de volume sur les grands cercles a dû provoquer ainsi dans cette zone supérieure de l'écorce terrestre des exhaussements et des plissements qui pourraient donner lieu, sur chaque grand cercle, à une même somme d'étendue terrestre d'une élévation

moyenne donnée, si la réaction de ces grands cercles entre eux ne venait pas s'opposer à une répartition aussi régulière de leurs arcs d'exhaussement.

» Les plissements sont dus à des arcs d'exhaussement de hauteurs différentes qui s'entre-croisent sur une surface donnée. Le plus élevé d'entre eux provoque un pli qui fait angle droit avec lui, tandis que l'arc le plus bas déprime, au contraire, les arcs plus élevés qu'il rencontre sur son passage et forme latéralement des alignements parallèles avec lui. Appliquons cette règle générale aux plissements et exhaussements de la zone supérieure de l'écorce terrestre.

» Chaque grand cercle ayant un même excès de volume à dépenser dans cette zone supérieure, admettons qu'il puisse le répartir sur une étendue moyenne (de 100 degrés de surfaces terrestres, par exemple). Il nous présenterait alors 100 degrés terrestres et 260 degrés marins. Mais une répartition aussi régulière pourra-t-elle avoir lieu sur tous les grands cercles du globe, dont chaque point de la surface est croisé par un nombre indéfini de grands cercles? Évidemment non. Tel d'entre eux ne rencontrera pas sur son parcours une étendue de 100 degrés d'exhaussement terrestre, et sera forcé de reporter alors une partie de ses arcs d'exhaussement sur des surfaces *qui ne sont pas exhaussées* par les autres grands cercles, tandis que tel autre grand cercle sera contraint de répartir, au contraire, l'excès de volume de sa zone supérieure sur plus de 100 degrés terrestres, et ses arcs d'exhaussement s'abaisseront alors en raison de leur trop d'extension.

» Le grand cercle dont une partie des arcs d'exhaussement aura été déprimée, dans le premier cas, au-dessous du niveau des mers, devra nous présenter alors, en vertu de la loi des plissements, des alignements formant angle droit avec lui aux deux extrémités de la dépression qu'il aura subie, et ces alignements devront nous permettre, lorsqu'ils s'élèveront au-dessus des mers, de constater non-seulement l'existence, mais encore l'étendue de de cette dépression.

» Le grand cercle, au contraire, qui aura dû répartir son excès de volume sur plus de 100 degrés terrestres déprimera les surfaces d'exhaussement sur lesquelles il passera, et dénotera sa force de dépression par des alignements qui seront parallèles avec lui et qui augmenteront en proportion de son excès d'étendue terrestre.

» Tous les grands cercles de moins de 100 degrés terrestres devront donc atteindre cette somme d'exhaussement, lorsque l'on adjoindra l'étendue de leurs arcs marins rectangulaires à celle de leurs arcs terrestres, et les grands

cercles qui auront plus de 100 degrés terrestres devront longer des alignements parallèles avec eux, en raison de leur excès d'étendue terrestre.

» L'écorce de notre sphère répond-elle à ces données générales d'un globe originairement à l'état de fusion complète?

» J'ai cherché à résoudre ce problème de la manière suivante :

» J'ai commencé par prendre l'équateur. J'ai fait converger ensuite sur lui des roses de trente-six grands cercles chacune, que j'ai espacées de 45 degrés en 45 degrés les unes des autres; ces roses, dont les grands cercles remontent successivement de 5 degrés en 5 degrés de l'équateur jusqu'aux pôles, couvrent le globe d'un réseau qui est pris d'une manière assez complète et assez impartiale pour que nous puissions admettre, je le crois, les données générales qu'il nous présente. J'ai calculé sur chacun de ses grands cercles : 1° l'étendue de ses arcs terrestres; 2° les angles qu'il forme avec les principaux alignements qu'il coupe sur son passage, et j'ai mentionné également l'étendue des arcs marins qui sont terminés par des alignements rectangulaires.

» Les cent cinq grands cercles que j'ai pris de l'équateur jusqu'au 65e degré de latitude, où l'on commence à ne plus connaître exactement toutes les surfaces terrestres, nous donnent, en résumé, les moyennes suivantes :

SECTIONS des sommes terrestres des grands cercles.	NOMBRE des grands cercles.	ÉTENDUE DES ARCS D'EXHAUSSEMENT.			SOMMES EFFECTIVES.			ÉVALUATIONS PROPORTIONNELLES.	
		Sommes terrestr. moyenn.	Arcs marins rectang.	Total.	Alignements mentionnés sur	Angles droits.	Parallèl. sur	Angles droits.	Parallèl. sur
		°		°	°	°	°	°	°
De 32 1/4 à 42°	2	37,50	62,37	99,87	92,37	10,00	»	10,81	»
De 42 1/4 à 52	4	46,81	52,13	98,94	91,25	13,50	»	14,67	»
De 52 1/4 à 62	5	56,95	41,35	98,30	92,70	13,40	»	14,20	»
De 62 1/4 à 72	8	68,65	30,47	99,12	73,68	10,62	1,40	14,28	1,88
De 72 1/4 à 82	17	77,73	21,70	99,44	69,36	10,58	1,29	15,18	1,85
De 82 1/4 à 92	14	86,28	13,09	99,37	67,73	9,35	0,35	13,72	0,52
De 92 1/4 à 102	17	97,24	2,11	99,35	55,06	8,06	0,56	14,59	1,01
De 102 1/4 à 112	9	105,40	»	105,40	47,17	2,11	8,80	4,73	19,66
De 112 1/4 à 122	7	117,00	0,67	117,67	86,25	1,71	26,17	2,33	37,79
De 122 1/4 à 132	»	»	»	»	»	»	»	»	»
De 132 1/4 à 142	6	133,62	»	133,62	114,33	0,16	47,20	0,18	55,16
De 142 1/4 à 152	5	149,50	»	149,50	134,65	0,20	75,45	0,21	81,68

» Ce tableau nous montre : 1° que les grands cercles qui ont moins de 98 à 100 degrés terrestres, ont tous des arcs marins rectangulaires, tandis que les autres n'en ont plus ordinairement; 2° que l'étendue de ces arcs marins, jointe à celle des arcs terrestres du grand cercle, vient compléter constamment un chiffre de 98 à 100 degrés; 3° que les grands cercles qui ont moins de 102° 1/4 terrestres présentent tous un nombre assez considérable d'alignements terrestres qu'ils coupent à angles droits, et presque pas d'alignements parallèles; 4° que si l'on prend le chiffre total donné par l'étendue des arcs terrestres d'un grand cercle et par celle de ses arcs marins rectangulaires, si l'on calcule le nombre proportionnel d'alignements rectangulaires, ainsi que l'étendue proportionnelle d'alignements parallèles que donne ce chiffre total; lorsque l'on admet dans ce calcul le *connu* pour base de l'*inconnu* (1), on trouve que les grands cercles qui ont moins de 102° 1/4 terrestres ont en moyenne, dans presque toutes leurs différentes sections de sommes terrestres, de 14 à 15 alignements rectangulaires, et qu'ils n'ont presque pas d'étendue d'alignements parallèles; tandis qu'aussitôt que les grands cercles ont plus de 102 degrés terrestres, ils n'ont plus, en général, d'arcs marins rectangulaires, et leurs alignements rectangulaires disparaissent rapidement pour faire place à des alignements parallèles dont l'étendue augmente en raison de l'accroissement terrestre du grand cercle.

» Les grands cercles du globe nous présentent donc, en résumé, un caractère uniforme jusqu'au 102e degré terrestre. Tous, jusqu'à ce chiffre, semblent avoir une somme analogue d'arcs d'exhaussement, tous forment un nombre semblable d'alignements rectangulaires et subissent plus ou moins la dépression des grands cercles qui ont plus de 102 degrés terrestres; tandis que ces derniers exercent cette dépression en proportion de la trop grande extension de leurs arcs d'exhaussement.

» Les arcs marins rectangulaires, qui forment constamment, ainsi que nous venons de le voir, le complément des arcs d'exhaussement des grands cercles de moins de 98 à 100 degrés terrestres, nous présentent un second caractère fort important : « Les alignements rectangulaires qui les encadrent sont tous plus ou moins volcaniques, et sont constamment croisés, ainsi que je le démontrerai dans un prochain Mémoire, par de larges fais-

(1) Je n'ai pas pu mentionner les alignements terrestres de l'intérieur de l'Afrique ni ceux de l'Australie, mais j'ai indiqué dans une colonne spéciale l'étendue inconnue des arcs terrestres dont j'ai pu citer les alignements.

ceaux de grands cercles de plus de 102 degrés terrestres qui en motivent la dépression.

» Ainsi, on est conduit à admettre que les phénomènes volcaniques que nous constatons sur tous les alignements qui encadrent les arcs marins rectangulaires proviennent directement ou indirectement du travail que subissent ou qu'exercent encore actuellement ces arcs d'exhaussement.

» Ce travail serait donc la cause première des phénomènes volcaniques, et il ne faudrait attribuer qu'un effet secondaire à la réaction que la masse en fusion peut exercer sur l'écorce terrestre.

» Cette écorce nous accuserait enfin, dans sa zone supérieure, la dépense d'un même excès de volume sur tous ses grands cercles et nous donnerait une nouvelle preuve par là de l'état de fusion de notre globe. »

CHIMIE. — *Conclusions d'un travail sur les oxydes et acides du manganèse, les manganates et les hypermanganates; par* **M. P. Thenard.**

(Renvoi à l'examen de MM. Pelouze, Regnault, Balard, auxquels est invité à s'adjoindre M. Thenard.)

« Le défaut d'espace ne nous permettant pas de donner un résumé même succinct de nos recherches, qui soit compréhensible des chimistes eux-mêmes, nous nous bornons à en donner les conclusions.

» La transformation des dissolutions de manganates en hypermanganates est uniquement due, dans nombre de circonstances, à la présence du bioxyde de manganèse libre, qui peut se former en très-petite quantité sous des influences diverses et nombreuses au sein de la dissolution même. D'autres corps en poudre et très-oxydés jouissent de la même propriété, quoique à un moindre degré. La lumière solaire agit elle-même puissamment.

» La transformation de l'hypermanganate de potasse en manganate, en présence d'une dissolution de potasse, s'opère par cinq causes différentes :

» 1°. Sous l'influence des matières organiques que la potasse renferme habituellement et qui agissent comme matières réduisantes;

» 2°. Par une élévation de température dépassant 130 degrés dans des dissolutions très-concentrées : il se dégage alors 1 équivalent d'oxygène;

» 3°. Sous l'influence du bioxyde de manganèse, qui agit comme corps désoxydant, et se transforme ainsi en acide manganique, puis en manganate;

» 4°. Sous l'influence du bioxyde de manganèse, qui en s'oxydant incomplétement, et quelquefois pas du tout quand il a beaucoup de cohésion,

détermine, par sa seule présence, le départ de 1 équivalent d'oxygène : les deux actions précédentes agissent habituellement simultanément;

» 5°. Sous l'influence et par la présence seule de corps très-oxydés, mais avec une intensité moins grande.

» En soumettant l'hypermanganate de potasse à une chaleur soutenue de 240 degrés, on le décompose en manganate de potasse et bioxyde de manganèse qui reste dans l'appareil, et en oxygène qui se dégage,

$$Mn^2O^7KO = MnO^3K + MnO^2 + O^2.$$

» Ce résidu, mouillé avec de l'eau, donne un dégagement d'oxygène à froid, semblable à l'effervescence que produisent quelques gouttes d'acide sur un carbonate; de plus, le bioxyde de manganèse est un des corps les plus absorbants, à la manière du charbon, que l'on connaisse; mais il ne jouit de cette propriété à un haut degré, que pour les corps très-électronégatifs. Nous étudierons ce fait et nous rechercherons s'il ne joue pas un grand rôle dans les actions catalytiques, et particulièrement dans celles dont il est ici question.

» L'acide hypermanganique anhydre est un corps vert-olive foncé, d'une odeur semblable à celle de certains composés chlorés et de l'oxygène ozoné. Il est très-instable, détone entre 30 et 40 degrés, et donne pour produit de sa destruction du bioxyde de manganèse et de l'oxygène. Il se décompose également à froid sous l'influence des oxydes d'argent, de mercure et surtout de manganèse, fait qui prouve une fois de plus que la composition de la molécule influe davantage que la nature des éléments qui la composent. Par toutes ces propriétés, il appartient à ce groupe de corps dont l'eau oxygénée représente si bien le type.

» Nous publierons prochainement, dans un des grands recueils scientifiques, notre travail *in extenso;* d'ici là, nous engageons les chimistes qui voudraient préparer l'acide hypermanganique à bien se tenir sur leurs gardes, parce que, sans certaines précautions, ils courraient les plus grands dangers. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Mémoire sur les mouvements relatifs; par* **M. Edmond Bour.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Liouville, Lamé, Chasles.)

« 1°. L'objet de ce Mémoire n'est pas de faire la théorie des mouvements relatifs, car cette théorie est contenue tout entière dans les belles formules

générales de Lagrange, qui donnent les dérivées par rapport au temps d'un système de variables quelconques, et peuvent par conséquent fournir immédiatement les équations différentielles auxquelles satisfont les coordonnées relatives. Je me suis plutôt proposé de dégager des formules de Lagrange cette théorie qui ne s'y trouve pour ainsi dire qu'à l'état latent, de faire quelque chose d'analogue à ce qu'a fait Coriolis quand il a donné, une fois pour toutes, la forme des nouveaux termes qui entrent dans les équations différentielles des mouvements relatifs; on sait qu'il a considéré ces termes représentant les composantes de deux forces fictives, au moyen desquelles le mouvement peut être assimilé à un mouvement absolu.

» Seulement, par un artifice dont j'espère que ce travail fera ressortir l'utilité, j'interprète d'une manière différente ces termes qui proviennent de la transformation des coordonnées; j'introduis à la place des vitesses des variables auxiliaires qui en sont des fonctions linéaires, et cela fait, il ne me reste plus, pour réduire les mouvements relatifs aux mouvements absolus, qu'à ajouter à la fonction des forces des termes qui ne dépendent pas des vitesses, mais seulement des coordonnées relatives et du temps. C'est cette circonstance qui distingue profondément mes équations différentielles de celles auxquelles conduit l'application du théorème de Coriolis. Les premieres peuvent être mises sous la forme que l'on doit à M. Hamilton, et l'on peut ainsi profiter de tous les beaux théorèmes de la mécanique analytique. Par exemple, quand on a trouvé la moitié des intégrales d'un probleme, si ces intégrales satisfont à certaines conditions indiquées par M. Liouville, une simple quadrature permet de terminer la solution. Dans les recherches que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, je fais une application incessante de ce théorème capital.

» 2°. La première partie de mon Mémoire est consacrée à la théorie analytique des mouvements relatifs. Si je désigne par α, β, γ les composantes suivant les axes mobiles de la rotation instantanée du système de comparaison, les variables auxiliaires dont j'ai parlé sont :

$$\xi_i = \frac{dx_i}{dt} + \beta z_i - \gamma y_i,$$

$$\eta_i = \frac{dy_i}{dt} + \gamma x_i - \alpha z_i,$$

$$\zeta_i = \frac{dz_i}{dt} + \alpha y_i - \beta x_i,$$

x_i, y_i, z_i sont les coordonnées relatives d'un point quelconque, dont je représente la masse par m_i.

» Je désigne par V la fonction des forces, par T la demi-somme des forces vives *apparentes*, et j'introduis deux fonctions nouvelles dont on apercevra facilement la signification : l'une est homogène et du premier degré par rapport aux coordonnées relatives ; l'autre est du second degré par rapport à ces mêmes coordonnées. Voici la définition de ces fonctions :

$$K = -u' \Sigma m_i x_i - v' \Sigma m_i y_i - w' \Sigma m_i z_i,$$
$$R = \frac{1}{2} \Sigma m_i [(\gamma y_i - \beta z_i)^2 + (\alpha z_i - \gamma x_i)^2 + (\beta x_i - \alpha y_i)^2].$$

» Les quantités u', v', w' qui entrent dans k, sont les projections sur les axes mobiles de l'accélération absolue de l'origine.

» Je pose enfin

$$U + K + R = U_1, \quad U_1 - T = H,$$

et, s'il s'agit d'un ensemble de points libres, les équations différentielles du mouvement sont de la forme

$$\frac{dx_i}{dt} = -\frac{dH}{d.m_i \xi_i}, \quad \frac{d.m_i \xi_i}{dt} = \frac{dH}{dx_i}.$$

» La quantité H doit évidemment être exprimée en fonction de x_i, y_i, z_i; ces dernières remplaçant dans T les dérivées x'_i, y'_i, z'_i.

» 3°. Passant de là au cas d'un système à liaisons quelconques, je suppose avec Lagrange que l'on profite des équations qui expriment ces liaisons pour réduire les inconnues au plus petit nombre possible, et je représente ces inconnues par $q_1, q_2, \ldots, q_n$.

» Je pose alors

$$T_2 = \frac{1}{2} \Sigma m_i (\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2),$$
$$\frac{dT_2}{dq'_1} = p_1, \quad \frac{dT_2}{dq'_2} = p_2, \ldots, \quad \frac{dT_2}{dq'_n} = p_n;$$

j'exprime H en fonction des variables $p_1, q_1, \ldots, p_n, q_n$; et les équations différentielles auxquelles ces variables doivent satisfaire sont

$$\frac{dq_i}{dt} = -\frac{dH}{dp_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = \frac{dH}{dq_i}.$$

» 4°. Parmi les applications que je fais de cette théorie, je signalerai d'abord celle qui a pour objet la rotation d'un corps libre autour de son centre de gravité.

» On peut voir dans un remarquable Mémoire de M. Quet les équations

assez compliquées qui conviennent au cas particulier où le corps a deux de ses mouvements principaux d'inertie égaux. L'application de ma méthode au cas général dispense, au contraire, de tout calcul d'intégration.

» Sans même former les équations différentielles précédentes, on reconnaît immédiatement, à l'inspection de la fonction H, que cinq des intégrales du mouvement absolu s'appliquent sans modification au mouvement relatif; et qu'il suffit d'ajouter $-nt$ à la sixième (n étant la rotation de la terre), pour avoir la dernière des intégrales cherchées.

» Ce résultat curieux tient à cette circonstance, qu'au lieu de compliquer la forme des équations différentielles, je complique la signification des variables qui y entrent; or ceci n'introduit aucune difficulté dans l'intégration.

» 5°. Les équations différentielles du mouvement des projectiles dans le vide s'intègrent de même sans aucune difficulté et avec une grande élégance, toujours en employant les procédés de la mécanique analytique, et principalement le théorème de M. Liouville dont j'ai déjà parlé. Je trouve pour la trajectoire relative une parabole dont le plan, animé d'une vitesse angulaire égale et de sens contraire à celle de la terre, reste constamment tangent à un cylindre de révolution dont l'axe est parallèle à celui du monde.

» 6°. La seule question qui présente quelques difficultés de calcul est la suivante, d'où l'on peut déduire la théorie des divers gyroscopes de M. Foucault :

» Déterminer le mouvement d'un corps solide de révolution dont l'axe est assujetti à rester sur la surface d'un cône également de révolution, et fixe par rapport à la terre.

» Les intégrales dépendent des fonctions elliptiques; elles se ramènent encore immédiatement aux quadratures; le seul point délicat est la discussion et la distinction des divers cas particuliers qui se réduisent à quatre :

» Le premier est celui du mouvement circulaire continu;

» Le deuxième, celui du mouvement oscillatoire;

» Le troisième, celui du mouvement non périodique qui se présente quand les données initiales sont choisies de manière à rendre égal à l'unité le module de fonctions elliptiques;

» Enfin le dernier cas est celui où l'axe du cône directeur coïncide avec celui de la rotation terrestre. Alors, bien que cette rotation influe sur la valeur des constantes, elle ne modifie pas les lois du mouvement; c'est le cas de l'équilibre indifférent ou du mouvement uniforme. »

MÉCANIQUE. — *Mémoire sur le pendule conique, ou régulateur à force centrifuge; par* **M. Mahistre.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Poncelet, Morin.)

« Les diverses théories du pendule conique, du moins celles qui sont venues à ma connaissance, négligent toutes le poids des tiges, et, à plus forte raison, les actions que la force centrifuge exerce sur elles. Elles conduisent ainsi à une expression remarquable de la hauteur verticale h du pendule conique, savoir :

$$h = \frac{g}{\omega^2},$$

dans laquelle g est la gravité, ω la vitesse angulaire de rotation. Mais ce résultat, qui est d'une simplicité remarquable, n'exprime la valeur de h qu'avec une grossière approximation, comme on le verra ci-après.

» Dans une Note sur le calcul de la force centrifuge, présentée à l'Académie des Sciences le 1er octobre 1855, et insérée depuis dans les *Mémoires de la Société impériale des Sciences de Lille* (2e série, tome II), j'ai démontré que la résultante des actions de la force centrifuge sur un corps de forme quelconque, homogène ou hétérogène, tournant autour d'un axe, fixe ou instantané, est le même, en grandeur, que si toute la masse du mobile était concentrée en un point quelconque d'une ligne menée par le centre de gravité, parallèlement à l'axe de rotation. Je fais connaître aussi, dans la même Note, l'équation générale de la résultante. En appliquant cette théorie au cas d'un cylindre droit homogène, dont l'axe rencontre l'axe de rotation, je trouve pour l'équation de la résultante des actions centrifuges, en prenant pour origine des coordonnées le centre de gravité du cylindre,

$$(1) \qquad z = \frac{1}{4} \sin\varphi \cos\varphi \left(\frac{1}{3}\frac{l^2}{a} - \frac{p^2}{a}\right).$$

L'axe de z est supposé parallèle à l'axe de rotation. Dans cette formule, φ est l'angle aigu que l'axe du cylindre fait avec l'axe des z; a est la distance du centre de gravité à l'axe de rotation, l est la longueur, p le rayon du cylindre. Si l'on suppose que l'axe du cylindre se termine à la distance ρ de l'axe de rotation, on aura

$$(2) \qquad a = \rho + \frac{1}{2} l \sin\varphi,$$

et la valeur de z deviendra

$$z = \frac{1}{4} \sin\varphi \cos\varphi \frac{\frac{1}{3} l^2 - p^2}{\rho + \frac{1}{2} l \sin\varphi}.$$

Si p est très-petit, comme cela a lieu pour les tiges du pendule conique, on pourra le négliger, et prendre simplement

$$(3) \qquad z = \frac{1}{12} \sin\varphi \cos\varphi \frac{l^2}{\rho + \frac{1}{2} l \sin\varphi}.$$

Si dans cette formule on fait $\rho = 0$, on trouve

$$(4) \qquad z = \frac{1}{6} l \cos\varphi.$$

D'où l'on conclut que, lorsqu'un cylindre d'un très-petit diamètre tourne autour d'un axe, si ce cylindre se termine sur l'axe ou très-près de l'axe, la résultante des actions centrifuges rencontrera celui du cylindre, à très-peu près au tiers de sa longueur, à partir de l'extrémité la plus éloignée de l'axe de rotation.

» Généralement le pendule conique forme un hexagone dont les deux côtés, qui sont perpendiculaires à l'axe de rotation, et sur lesquels se fait la rotation des tiges, sont égaux et très-petits; les quatre autres sont aussi égaux et forment une espèce de losange. Les tiges étant cylindriques, on peut déterminer, par ce qui précède, l'intensité et la position de la force centrifuge résultante relative à chacune d'elles, ainsi que l'action analogue sur les boules; désignant alors par ρ la distance à l'axe des centres de rotation supérieurs et inférieurs, λ et T la longueur et le poids de chacune des tiges qui portent les boules, ces tiges étant supposées se terminer aux centres de celles-ci, φ l'angle aigu qu'elles font avec l'axe; nommant aussi B le poids d'une boule, l et L la longueur et le poids de chacun des côtés inférieurs du losange, ω la vitesse angulaire de rotation, g la gravité, on trouve pour l'équation d'équilibre de toutes ces forces, et en appliquant directement le principe des vitesses virtuelles,

$$(5) \qquad \left\{ \begin{aligned} h = {} & \frac{g}{\omega^2} \frac{\lambda \sin\varphi}{\rho + \lambda \sin\varphi} + \frac{g}{\omega^2} \frac{T\lambda + (2M + 3L) l}{2B(\rho + \lambda \sin\varphi)} \sin\varphi \\ & - \frac{Ll\left(\rho + \frac{2}{3} l \sin\varphi\right) + T\lambda\left(\rho + \frac{2}{3}\lambda \sin\varphi\right)}{2B(\rho + \lambda \sin\varphi)} \cos\varphi. \end{aligned} \right.$$

Maintenant si dans cette équation on fait $\rho = 0$, elle devient

$$(6) \qquad h = \frac{g}{\omega^2} + \frac{g}{\omega^2}\,\frac{T\lambda + (2M + 3L)l}{2B\lambda} - \frac{Ll^2 + T\lambda^2}{3B\lambda^2}\,h;$$

et l'on voit que les deux derniers termes de cette formule sont loin d'être négligeables. Si l'on veut avoir égard à la quantité ρ, il suffira de développer l'équation (5) suivant les puissances croissantes de cette quantité, et l'on trouvera, pour la correction de h, en ne conservant que les termes du premier ordre,

$$(7) \qquad \delta h = -\frac{g}{\omega^2}\left(1 + \frac{K}{B}\right)\frac{\rho}{\lambda \sin\varphi} - \frac{h\rho}{2B\lambda^2 \sin\varphi}\left(T\lambda + Ll - \frac{2}{3}\,\frac{T\lambda^2 + Ll^2}{\lambda}\right),$$

dans laquelle on a fait, pour abréger,

$$(8) \qquad K = \frac{T\lambda + (2M + 3L)l}{2\lambda}.$$

Comme le deuxième terme de l'équation (7) est très-petit, à cause du diviseur B, on peut prendre simplement

$$(9) \qquad \delta h = -\frac{g}{\omega^2}\left(1 + \frac{K}{B}\right)\frac{\rho}{\lambda \sin\varphi}.$$

Si l'on pose encore

$$(10) \qquad K' = \frac{Ll^2 + T\lambda^2}{3\lambda^2},$$

l'équation (6) prend la forme

$$(11) \qquad h\,\omega^2 (B + K') = g\,(B + K),$$

d'où l'on tire

$$(12) \qquad h\,\omega^2 = g\,\frac{B + K}{B + K'} = \text{constante}.$$

» Si l'on veut déterminer le poids des boules sous la condition qu'elles accomplissent une course verticale donnée c, pendant que le régulateur passe d'une vitesse ω' à une vitesse ω'', on aura, en supposant que ω soit la vitesse de régime,

$$(13) \qquad \left\{\begin{array}{l} h\,\omega^2 (B + K') = g\,(B + K), \\ h'\,\omega'^2 (B + K') = g\,(B + K), \\ h''\,\omega''^2 (B + K') = g\,(B + K), \\ h'' - h' = c; \end{array}\right.$$

lesquelles étant résolues donnent

$$(14)\quad \begin{cases} h = \dfrac{(n^2-1)^2}{4n^3}c, \\ h' = \dfrac{(n-1)^2}{4n}c, \\ h'' = \dfrac{(n+1)^2}{4n}c, \\ B = \dfrac{Kng - K'c\dfrac{\pi^2 N^2}{3600}\left(\dfrac{n^2-1}{n}\right)^2}{\dfrac{\pi^2 N^2}{3600}\left(\dfrac{n^2-1}{n}\right)^2 c - ng}, \end{cases}$$

en nommant N le nombre des tours que le régulateur fait en une minute sous la vitesse de régime, et n un coefficient de régularité tel, qu'on a

$$\omega' = \omega\left(1+\frac{1}{n}\right), \quad \omega'' = \omega\left(1-\frac{1}{n}\right).$$

» Quand la douille du régulateur est au-dessus du centre de rotation, si les tiges qui portent les boules sont prolongées, à peu près en ligne droite, on retrouve l'équation (11), ainsi que les formules (14). Seulement les valeurs de K et K′ y sont différentes, et ont pour valeurs

$$(15)\qquad K = \frac{T\lambda - 2(M+2L)l}{2\lambda},$$

$$(16)\qquad K' = \frac{T\lambda^2 + 2Ll^2}{3\lambda^2}.$$

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Recherches sur la loi des oscillations du pendule à suspension à lames des chronomètres fixes; par* M. RÉSAL. (Extrait par l'auteur).

(Commissaires, MM. Poncelet, Pouillet, Morin.)

« Dans la Note que j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie, j'ai cherché à me rendre compte de l'influence de l'élasticité sur les oscillations du pendule à suspension à lames généralement adopté dans la construction des chronomètres fixes.

» En négligeant la masse des lames par rapport à celle de la masse pendulaire, j'ai pu écrire les équations différentielles du mouvement de cette masse, en partant de la théorie ordinaire de la flexion des verges, c'est-à-dire en faisant abstraction des glissements transversaux, qui n'ont en général qu'une faible importance.

» Ces équations sont très-compliquées, mais se simplifient notablement lorsque l'on suppose très-petite l'amplitude des oscillations, et dans ce cas on reconnaît qu'en prenant certaines précautions lors de la mise en mouvement, on peut arriver à rendre insensibles les vibrations longitudinales.

» Malgré ces simplifications, l'intégration par rapport au temps relative aux oscillations pendulaires est complétement impossible. Mais comme en général la longueur des lames est très-petite relativement à celle du pendule, on peut sans erreur sensible négliger le carré du rapport de ces longueurs. L'intégration peut alors s'effectuer, et l'on reconnaît que les oscillations sont isochrones et que leur durée est donnée par la formule

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I + \frac{Pl\varepsilon}{g}}{P\left(l + \frac{\varepsilon}{2}\right) + \frac{E\mu}{\varepsilon}}},$$

dans laquelle P représente le poids du pendule; I son moment d'inertie par rapport à l'horizontale moyenne de celles qu'il détermine sur ces lames aux points d'encastrement; l la distance de cet axe au centre de gravité du pendule; ε la longueur de la lame; μ la somme des moments d'inertie des sections normales des lames, évalués pour chacune d'elles par rapport à une droite parallèle à ses longs côtés et passant par son centre de gravité; E le coefficient d'élasticité de l'acier.

» On voit, en discutant cette formule, de quelle manière l'élasticité intervient dans la loi des oscillations du pendule. »

GÉOLOGIE. — *Études sur l'orographie et sur la constitution géologique du Chili.* (Extrait d'une Lettre de **M. A. Pissis** à *M. Elie de Beaumont.*)

(Commissaires, MM. Élie de Beaumont, Boussingault, C. Prevost.)

« Santiago, le 26 septembre 1855.

» Je profite du départ de M. Deshortes, chancelier de la légation de France au Chili, pour vous faire parvenir le résultat de mes premières recherches sur les soulèvements de la région des Andes. J'ai pensé qu'il pourrait vous offrir quelque intérêt, et je vous prie de vouloir bien le soumettre au jugement de l'Académie. J'aurais désiré compléter ce travail, qui ne s'étend que jusqu'à la formation du grès rouge, par les observations relatives aux soulèvements plus anciens; mais il me reste encore à étudier les terrains schisteux et les gneiss des provinces australes du Chili; et j'ai pensé

qu'il valait mieux attendre encore un ou deux ans que de présenter des résultats incomplets. Les travaux géodésiques dont je suis chargé devant se prolonger bientôt jusque dans ces provinces, je profiterai de cette occasion pour en étudier la géologie avec détail. J'espérais pouvoir vous envoyer en même temps les cartes géologiques des provinces de Santiago, de Valparaiso et d'Aconcagua; ces cartes sont au $\frac{25}{1000}$ et comme ce pays se trouve tout couvert de montagnes, le dessin en est très-compliqué, ce qui en a retardé la gravure.

» Les seules parties de ce travail qui aient été publiées sont les descriptions des provinces de Santiago et de Valparaiso, et comme elles renferment un assez grand nombre de positions géographiques, j'ai pensé que sous ce rapport elles pourraient présenter quelque intérêt au Bureau des Longitudes. »

GÉOLOGIE. — *Recherches sur les systèmes de soulèvement de l'Amérique du Sud;* par **M. A. Pissis**. (Extrait.)

(Commissaires, MM. Élie de Beaumont, Boussingault, Constant Prévost) (1).

« L'accueil bienveillant (1) avec lequel l'Académie a reçu nos premiers travaux sur la géologie de l'Amérique du Sud (2), nous engage à lui présenter les résultats de la continuation de nos recherches sur le même sujet. Les douze années qui se sont écoulées depuis la publication de ce premier Mémoire ont été presque entièrement consacrées à l'étude de la région des Andes. Désirant donner à ces recherches toute l'exactitude dont elles étaient susceptibles, il devenait indispensable d'étudier avec détail toutes les parties de cette vaste chaîne de montagnes, d'en déterminer la direction exacte et de fixer la position géographique d'un grand nombre de points; il fallait, en un mot, faire marcher de pair la géographie et la géognosie de cette vaste région, l'une des plus accidentées du globe. La classification chronologique des soulèvements exigeant une connaissance exacte de l'ordre suivant lequel les diverses formations se sont succédé, il fallait, avant tout, fixer la place de chacun de ces terrains, dont l'ensemble présente la plus grande analogie avec ceux de l'Europe, mais pour lesquels il est impossible d'admettre les mêmes subdivisions....

---

(1) Cette Commission est la même qui a été nommée dans la séance du 2 avril 1855 (*Comptes rendus*, t. XL, p. 764), pour une précédente communication de M. A. Pissis, *sur la structure orographique des Andes du Chili.*

(2) Voir le Rapport de M. Dufrénoy (*Comptes rendus*, t. XVII, p. 98).

» *Roches du Pérou et de la Bolivie.* — En s'appuyant uniquement sur les rapports de superposition des couches, l'ensemble des roches exogéniques du Pérou et de la Bolivie peut se subdiviser en sept formations différentes. Les sables du désert d'Atacama et le terrain de transport de la Paz reposent également sur la couche de conglomérats ponceux, qui s'étend sans interruption des deux côtés de la chaîne occidentale des Andes, et comme les matières dont se compose cette dernière couche, les cendres volcaniques et les ponces, ne peuvent être que le produit d'une action violente, il en résulte qu'elle a dû se former dans un temps très-court, circonstance qui nous paraît suffisante pour établir le parallélisme de ces deux terrains. Par la même raison, le terrain tertiaire marin d'Atacama et le terrain lacustre de la Bolivie doivent également se rapporter à une même époque géologique. Au-dessous de ces deux formations viennent d'abord les marnes gypseuses et salifères, puis le grès rouge. Les calcaires bitumineux de Tiahuanacu et d'Arica forment une cinquième subdivision en discordance avec le grès rouge, et s'appuyant sur la base des montagnes formées par le psammite des Andes orientales. Enfin, ces psammites, les grès lustrés et les schistes qui les accompagnent se trouvent eux-mêmes séparés du terrain des schistes talqueux, du gneiss et des quartzites.

» *Roches du Chili.* — La chaîne occidentale des Andes s'abaisse graduellement à mesure que l'on avance vers le sud jusque sous le parallèle de Cobija, où elle finit par se confondre avec le prolongement du plateau bolivien. En même temps que cette chaîne s'abaisse, l'espace occupé par les roches endogéniques se rétrécit de plus en plus, et bientôt ne présente plus que quelques masses trachytiques isolées au milieu des roches stratifiées. Celles-ci ne sont autre chose que la continuation des marnes gypseuses et des grès rouges de la Bolivie, qui, après avoir traversé la province de Carangas, atteignent, près du parallèle de Potosi, la ligne de partage des eaux, et de là s'étendent sans interruption sur les deux versants de la Cordilière occidentale. En traversant le désert d'Atacama depuis ce point jusqu'au bord de la mer, on voit les grès et les marnes qu'ils supportent former une suite de chaînes parallèles courant du nord au sud, tandis que des sables et des cailloux roulés occupent les parties inférieures du sol. Dans les environs de Copiapo, ces marnes plongent sous une puissante formation de calcaire et de jaspes; elles reparaissent ensuite près de la côte avec les grès rouges, qui s'appuient sur des porphyres stratifiés. Si, au lieu de traverser cette région perpendiculairement aux Andes, on continue à suivre la crête

de cette longue chaîne jusque dans le sud du Chili, on rencontre presque sans interruption les grès rouges, et par intervalles les marnes gypseuses et les calcaires, qui abondent surtout vers le versant oriental; tandis que sur le versant opposé apparaissent des roches présentant tout l'aspect de véritables porphyres, parfaitement stratifiées et formant des couches qui n'atteignent souvent que quelques décimètres d'épaisseur. Ainsi tout indique qu'elles appartiennent encore à des formations stratifiées, et qu'elles doivent leur état actuel à une action métamorphique.

» Indépendamment de la chaîne des Andes, ces porphyres forment encore une autre petite chaîne située plus à l'ouest, parallèle à celle-ci, dont elle est séparée par la plaine longitudinale du Chili. Les porphyres y sont recouverts, comme dans les Andes, par les poudingues et le grès rouge; mais les marnes gypseuses, au lieu de se montrer sur le sommet de cette chaîne, apparaissent seulement vers la plaine, où elles forment des plateaux isolés ou adossés à la base des derniers contre-forts de la chaîne occidentale. De l'autre côté, c'est-à-dire en avançant vers l'ouest, la succession des strates se trouve interrompue par une ligne de roches syénitiques sur lesquelles s'appuient les porphyres et qui forme comme la limite d'une autre région géologique où se montrent les quartzites, les schistes ardoisiers et les gneiss qui s'étendent jusqu'à la côte où ils reposent généralement sur le granit.

» Si l'on reporte maintenant son attention sur les couches plus modernes qui comblent les dépressions laissées entre ces chaînes, on voit les sables du désert d'Atacama s'étendre le long de la côte jusque dans les environs de Coquimbo, puis recouvrir le fond d'anciens golfes séparés entre eux par petites chaînes granitiques et échelonnés sur la côte depuis Coquimbo jusqu'à Valdivia. Ces sables reposent sur la couche de conglomérats ponceux que l'on retrouve dans plusieurs provinces du Chili, et passent graduellement à des couches de cailloux roulés qui se prolongent vers l'est en suivant les bords des vallées actuelles. Sous les conglomérats ponceux apparaissent dans quelques localités des grès calcarifères contenant une grande quantité de coquilles marines et alternant avec des couches de lignites qui sont depuis quelques années l'objet d'importantes exploitations.

» Ces grès, recouverts d'abord par les sables précédents, s'élèvent à mesure que l'on s'éloigne de la côte, et atteignent vers leur limite orientale une altitude qui varie entre 100 et 150 mètres. On peut ainsi les suivre en remontant les vallées actuelles jusqu'à l'entrée de la plaine longitudinale où

ils sont remplacés par des couches d'argile d'origine lacustre qui leur sont parallèles, et reposent indistinctement sur les porphyres, les grès ou les marnes gypseuses.

» On est donc conduit, d'après ce qui précède, à subdiviser les terrains stratifiés du Chili en cinq formations, qui sont : 1° celle des sables marins et du terrain de transport; 2° celle des grès marins calcarifères, des lignites et des argiles inférieures de la plaine longitudinale; 3° celle des calcaires et des marnes salifères; 4° le grès rouge et les porphyres stratifiés; 5° le gneiss, les schistes ardoisiers et les quartzites. Le prolongement non interrompu des grès rouges de la Bolivie jusque sur le territoire chilien ne peut laisser aucune incertitude sur le parallélisme des formations de ces deux contrées. Les marnes gypseuses, le terrain lacustre et le terrain de transport s'y succédant dans le même ordre et avec les mêmes circonstances de stratification, se correspondent évidemment.

» La plus grande partie du Mémoire de M. Pissis a pour objet de déterminer les directions et les âges relatifs de quatre systèmes de soulèvements, savoir :

» 1°. *Le système chilien,* le plus moderne de tous et postérieur aux sables marins et au terrain de transport;

» 2°. *Le système de la chaîne principale des Andes,* postérieur aux dépôts tertiaires, lacustres et marins de la Bolivie, du Chili et de la Patagonie; direction presque méridienne; soulèvement des trachytes, filons argentifères;

» 3°. *Le système des chaînes transversales du Chili,* postérieur aux calcaires et aux marnes salifères; direction à peu près est-ouest (E. 6 à 10 degrés N.); soulèvement des roches labradoriques, gîtes cuprifères;

» 4°. *Système de la chaîne occidentale du Chili,* antérieur aux marnes salifères et postérieur aux grès rouges; roches syénitiques, pyrites aurifères.

» Les directions du premier et du dernier de ces quatre systèmes sont peu différentes l'une de l'autre, et M. Pissis remarque que l'une et l'autre se rapprochent beaucoup du grand cercle primitif du *réseau pentagonal* qui passe par les centres de pentagone, situés au Chili et près des Antilles.

» M. Pissis fait connaître, dans le tableau suivant, les latitudes, les longitudes et les altitudes que sa triangulation assigne aux plus hautes montagnes du Chili.

SOMMETS.	LATITUDE S.	LONGITUDE E.	ALTITUDE.
Cerro del Mercedario	32° 0′ 5″,4	0° 32′ 49″,0	6798m,5
Cerro de la Ramada	32. 5. 8,6	0.32.40,2	6347,2
Montagne d'Aconcagua	32.39.42,5	0.36.34,8	6834,4
Cerro del Juncal	33. 3.51,3	0.32.21,2	5962,6
Tupungato	33.16.50,0	0.48.29,0	6526,8
Cerro del Plomo	33.13. 0,0	0.24.32,0	5433,0
Volcan de Maipo	33.44.27,0	0.46.48,0	5384,0

Notice minéralogique sur le cercle de Laghouat ; par **M. Ville**, ingénieur des mines à Alger. (Extrait.)

(Commission précédemment nommée : MM. Elie de Beaumont, Dufrénoy, de Senarmont.)

« Le cercle de Laghouat peut être divisé en deux parties au point de vue géologique comme au point de vue topographique.

» La première partie, qui s'étend depuis les Seba-Rous jusqu'à Laghouat, est essentiellement montagneuse. La deuxième, qui comprend tout le pays situé au sud de Laghouat, est essentiellement plate. Ces deux régions si différentes par leur aspect, le sont également par leur composition géologique. Les chaînes de montagnes qui sillonnent la première région appartiennent à la période secondaire. Elles sont généralement alignées du nord-est au sud-ouest. On y trouve cependant des directions différentes qui donnent lieu parfois à des accidents de terrain fort remarquables. C'est auprès de Laghouat que ces faits exceptionnels sont le plus saillants. On peut citer le Guern-el-Meila comme le type du genre. Pour se faire une idée de cette montagne, il faut concevoir plusieurs cuvettes elliptiques de grandeur décroissante empilées les unes au-dessus des autres. La cuvette inférieure, qui est la plus grande, est entourée par un terrain plat qui semble au premier abord former la base de tout le système, mais qui ne constitue en réalité qu'une enveloppe extérieure. Une grande fente qui entaille toute cette pile de cuvettes, depuis le bord de la cuvette supérieure jusqu'au fond de cette dernière, donne écoulement aux eaux de pluies tombées dans l'intérieur de cette cuvette. Les couches que l'on observe sur le pourtour des cuvettes

plongent toutes vers le centre de ces dernières. C'est là le caractère géologique fondamental de ce système particulier de montagnes.

» Depuis le Seba-Rous jusqu'à Laghouat, toutes ces montagnes de la période secondaire paraissent appartenir à une formation unique, le terrain crétacé inférieur. Le calcaire domine dans cette formation, c'est lui qui constitue les crêtes du Senelba, du Djellal, du Sera et du système de cuvettes des environs de Laghouat. Il est généralement à structure saccharoïde et de couleur variable, le blanc grisâtre y est très-répandu. Par l'action des agents atmosphériques, la surface extérieure de ce calcaire est comme chagrinée, très-polie et présente un aspect cireux tout particulier. Il donne par la cuisson de la chaux grasse. Ce calcaire renferme intercalées de grandes assises de grès quartzeux qui varient de couleur et de dureté. Parfois ils sont très-durs et donnent de bonnes pierres de construction (à Guelt-Esseltel, à Djelfa); d'autres fois ils sont très-tendres et s'égrènent sous la pression des doigts (à Sidi-Recheg.) La couleur le plus généralement répandue est le jaune et le rouge. Ces grès renferment de petits galets de silex légèrement transparents et de diverses couleurs. Par la désagrégation des grès, ces galets de silex s'isolent, le vent enlève le sable, et il reste alors sur place des espèces de plages couvertes de ces galets. Ceux-ci peuvent être taillés pour camées, pommes de canne. On peut dire que le sud de l'Algérie en offre une mine inépuisable.

» On trouve au milieu des grès, des assises de marnes, tantôt vertes, tantôt rouges, remarquables par la vivacité de leurs couleurs.

» L'assise supérieure de calcaire est caractérisée par la présence de couches régulières de gypse (pierre à plâtre) qui ont des étendues très-considérables.

» La régularité, la puissance et l'étendue de ces couches de gypse est un caractère particulier du terrain secondaire dont il s'agit. Ce caractère ne se présente pas dans le terrain secondaire de l'Atlas.

» La région plate qui se poursuit sur d'immenses étendues à l'est et au sud de Laghouat, et qu'on désigne sous le nom de Sahara, est formée par un terrain d'alluvions anciennes qui joue un très-grand rôle dans la géologie de l'Algérie.

» Ce terrain diluvien ou terrain quaternaire se compose au pied des montagnes d'un dépôt de cailloux roulés empâtés dans une gangue calcaire. Ces cailloux roulés sont auprès de Laghouat des débris du terrain crétacé, le calcaire y domine. A mesure qu'on s'éloigne des montagnes, les galets diminuent en grosseur, le sol n'est souvent formé que par une roche cal-

caire d'un blanc jaunâtre, qui s'enlève par plaques ou croûtes plus ou moins épaisses; c'est une sorte de carapace qui recouvre le sol comme d'un manteau. Cette carapace, très-dure près de la surface, est au contraire assez friable en profondeur. Elle s'y mélange avec de l'argile verte ou grise. Cette dernière roche se présente aussi en dépôts considérables dans le terrain diluvien. Elle renferme des cristaux plus ou moins gros de gypse; souvent ces cristaux sont assez nombreux pour former des dépôts réguliers et puissants.

» Le terrain diluvien constitue des dépôts plus ou moins considérables entre les chaînes de montagnes qui sillonnent la région septentrionale du cercle de Laghouat. C'est lui qui forme le sol de la grande cuvette qui renferme les deux Zahrez. On le retrouve encore sur les deux rives de l'Oued-Malah entre le rocher de Sel et Djelfa, et dans la plaine de Djelfa, comprise entre les Djebels Senelba et Djellal; entre le Djebel-Djellal et Laghouat, le terrain diluvien n'est indiqué que par quelques dépôts fort restreints de cailloux roulés situés sur des plateaux que ne peuvent atteindre les cours d'eau actuels. »

CHIRURGIE. — *Deuxième supplément à un Mémoire sur le traitement des adénites cervicales par un nouveau procédé d'acupuncture; par* **M. Boulu.**

(Renvoi à l'examen des Commissaires précédemment nommés : MM. Andral, Velpeau, Cloquet.)

PHYSIQUE. — *Expériences sur la durée comparative de l'écoulement des gaz; par* **M. Ern. Baudrimont.**

(Commissaires, MM. Poncelet, Babinet, Morin.)

GÉOMÉTRIE. — *Note sur une construction graphique par laquelle on obtient, à une très-petite fraction près, la longueur du côté du carré équivalent à un cercle donné; par* **M. Willich.**

(Commissaires, MM. Babinet, Chasles.)

TECHNOLOGIE. — *Note sur l'emploi du tan épuisé pour la fabrication de papiers ou de cartons convenables à diverses industries; par* **M. Couturier.**

(Commissaires, MM. Payen, Balard.)

M. **Behrens** adresse de Berlin une Note écrite en allemand sur la composition d'une *pile voltaïque portative destinée à l'usage médical.*

(Renvoi à l'examen de la Commission précédemment nommée pour une communication de M. Pulvermaeker sur un appareil ayant la même destination, Commission qui se compose de MM. Becquerel et Pouillet.)

M. **di Filippi** envoie de Milan une Note sur un dispositif qu'il a imaginé pour permettre aux personnes voyageant par *chemins de fer* de se mettre, à un instant quelconque, en communication avec le conducteur du train.

(Renvoi à l'examen de la Commission des chemins de fer, qui se compose de MM. Poncelet, Piobert, Morin, Seguier.)

CORRESPONDANCE.

M. **Vallée** prie l'Académie de vouloir bien le comprendre dans le nombre des candidats pour la place vacante dans la Section de Géométrie par suite du décès de *M. Sturm.* Il joint à cette demande un exemplaire d'une Notice imprimée sur ses travaux mathématiques.

M. **J.-A. Serret** adresse une semblable demande et y joint également un exposé de ses travaux.

Les deux Lettres et les Notices qui les accompagnent sont renvoyées à la Section de Géométrie.

M. **Le Play** remercie l'Académie qui, dans la séance annuelle du 28 janvier dernier, lui a décerné un prix de Statistique pour son ouvrage intitulé : « Les Ouvriers européens ».

GÉOGRAPHIE. — *Sur la position géographique de quelques lieux dans le sud de l'Algérie ; par* **M. W.-C. Goetze.** (Communiqué par *M. Le Verrier.*) (Extrait par l'auteur.)

« M. Renou, savant voyageur, a observé, en 1853, dans sept lieux de l'Algérie méridionale, 47 séries d'angles horaires, 33 séries de doubles hauteurs pour la latitude, 5 occultations d'étoiles pour la longitude, et enfin, pour obtenir cette dernière coordonnée, 2 séries d'apozéniths de la Lune. Toutes ces observations nous ont été remises par M. Antoine d'Ab-

badie, avec la prière de les calculer en employant les meilleures théories astronomiques. Un sextant, un chronomètre et une lunette ont été les instruments de M. Renou.

» L'erreur de collimation a été déduite de huit mesures du diamètre du Soleil : en comparant ce diamètre avec les Tables, nous avons trouvé un écart moyen de 7″ seulement.

» Les Tables de réfraction qui ont servi à tout ce travail sont celles de Bessel.

» Pour trouver l'heure, nous avons calculé séparément chaque série d'angles horaires examinée d'abord par différences et contrôlée par le calcul des hauteurs correspondantes, après l'avoir corrigée par la méthode de Soldner. Le chronomètre retardait de $1^s,316$ par jour, avec des variations maximum de $0^s,4$ environ.

» Les latitudes sont déduites de quinze séries de hauteurs de la Polaire, et de dix-huit séries d'observations circum-méridiennes, dont huit du Soleil et dix des étoiles. Les observations de la Polaire ont été réduites par la méthode de Gauss ; et celles des astres, près du méridien, l'ont été par les Tables de Delambre. Quand l'astre était doué d'un mouvement propre en déclinaison, l'angle horaire a été compté, non du moment du passage méridien, mais de celui de la culmination, ce qui est un peu différent et plus exact. Un exemple fera ressortir l'exactitude rare des observations de M. Renou.

Latitude d'El-Aghouât (centre de la ville).

Par	56	observations	du Soleil	(7 séries)	33° 48′ 19″,8
»	29	»	de la Polaire	(4 séries)	33° 48′ 21″,3
»	16	»	de l'Epi de la Vierge	(2 séries)	33° 48′ 23″,8

» La latitude de ce point sera donc 33° 48′ 20″,8 avec une incertitude de 5″.

» Quatre stations sont fixées en longitude par deux séries d'apozéniths lunaires et par cinq occultations d'étoiles. Pour la réduction de celles-ci, nous avons employé une méthode qui nous est propre, exposée en partie dans le journal *Astronomische Nachrichten*, n° 785, et complétée dans l'ouvrage que nous préparons avec M. d'Abbadie sur la géographie de l'Ethiopie. La base de cette méthode consiste à déduire des coordonnées d'une étoile occultée les coordonnées vraies du point du disque lunaire où le contact apparent a eu lieu. Nous avons fait entrer dans le calcul toutes les corrections connues, entre autres celle qui dépend de l'altitude du lieu de l'observation, celle qui résulte de la nouvelle parallaxe de M. Adams, et enfin celles qui dépendent

des erreurs des Tables. Nous tenons ces dernières de M. Main, astronome de Greenwich, qui a bien voulu, en l'absence de M. Airy, les transmettre à M. d'Abbadie.

» La détermination de la longitude par apozéniths lunaires mérite d'être mieux connue quand on observe à terre. Elle ne pouvait échapper à M. Renou. Ici encore nous avons appliqué nos propres formules, qui sont très-commodes pour les observations en séries. Au lieu de déduire la longitude de chaque apozénith lunaire en allant de l'observation au résultat, nous préférons remonter du calcul à l'observation. A cette fin, nous adoptons une longitude approchée en nous réglant sur le transport du temps par chronomètre ou même sur la simple estime du voyageur. Avec cette longitude supposée, et en tenant compte de toutes les corrections lunaires, nous calculons d'abord par nos formules, et nous étendons ensuite par interpolation une éphéméride qui embrasse chaque série et qui donne, pour des intervalles de temps petits et égaux, les apozéniths de la Lune qu'on aurait dû observer à la longitude supposée. Une seconde interpolation permet de les obtenir pour les moments notés par l'observateur; en les comparant aux apozéniths réellement observés, on obtient enfin, pour chaque apozénith, une correction de la longitude. Si les observations sont rigoureusement exactes, cette correction doit présenter le même signe et la même valeur : dans tous les cas, on en prend la moyenne. Voici une série d'apozéniths lunaires observés à Berriâu le 15 avril 1853, et qui montre les résultats de l'application de notre méthode :

Longitude à l'Est de Paris $= 0^h\,5^m\,39^s,0 + x^s$.

OBSERVATION.		CALCUL.				
Heure du chronomètre.	Lecture du sextant.	Temps moyen de Berriâu.	Lecture calculée du sextant.	Différence	Coefficient différentiel.	x
h m s	° ′	h m s	° ′ ″	″		s
10.25. 0,8	52. 0	10.29.42,2	51.59.24,42	+ 35,58	−0,8282	− 43,0
10.28.22,0	50.40	10.33. 3,4	50.39.28,64	+ 31,36	−0,8279	− 37,9
10.30. 3,0	50. 0	10.34.44,4	49.59.24,35	+ 35,65	−0,8277	− 43,1
10.31.44,4	49.20	10.36.25,8	49.19.12,66	+ 47,34	−0,8276	− 57,2
10.33.25,0	48.40	10.38. 6,4	48.39.22,13	+ 37,87	−0,8274	− 45,8
10.35. 6,0	48. 0	10.39.47,4	47.59.24,26	+ 35,74	−0,8273	− 43,2
10.36.47,2	47.20	10.41.28,6	47.19.23,83	+ 36,17	−0,8271	− 43,7
10.38.28,8	46.40	10.43.10,2	46.39.16,16	+ 43,84	−0,8270	− 53,0
10.41.50,8	45.20	10.46.32,2	45.19.35,99	+ 24,01	−0,8267	− 29,0
10.43.58,2	44.30	10.48.39,6	44.29.25,85	+ 34,15	−0,8265	− 41,3

» La moyenne de toutes les valeurs de x est $= -43°,72$, et comme nous avons supposé la longitude $= 0^h 5^m 39^s,0$, nous aurions $0^h 4^m 55^s,28$ pour la longitude résultant des observations. Une série prise le lendemain montre que cette longitude est incertaine de 30^s. Telle quelle, elle diffère de $54^s,48$ de la longitude donnée seulement par le chronomètre, mais on sait que cet instrument, si précieux en mer, inspire à terre bien moins de confiance, à cause des secousses inévitables d'un voyage fait à pied ou autrement.

» Dans les tableaux joints au Mémoire, on trouvera partout les coefficients différentiels qui permettront de rectifier promptement nos résultats, si des méthodes nouvelles d'observations ou des théories plus exactes viennent un jour modifier les éléments qui ont servi de base à nos calculs.

» Voici le tableau qui résume nos résultats :

LIEU d'observation.	LATITUDE probable.	INCERTITUDE	LONGITUDE A L'EST DE PARIS		LONGITUDE probable.
			par les observations astronomiques.	par le chronomètre.	
	° ′ ″		h m s	h m s	h m s
Djelfa	34.40. 8,0	20″	0. 3.12,0	0. 3.45,9	0. 3.12,0
El Aghouât	33.48.20,8	5	0. 2. 3,0	0. 2. 3,2	0. 2. 3,0
Berriâu	32 49.47,7	17	0. 4.39,5 :	0. 5.33,9	0. 5.33,9
Sidi-Makhlouf	34. 7.36,4	30	....	0. 2.33,4	0. 2.33,4
Bou-Sa'ada	34.12.52,6	15	....	0. 7. 9,3	0. 7. 9,3
Biskra	34.51. 9,2	21	....	0.13.21,3	0.13.21,3
Bâtna	35.32.24,8	14	0.15.19,6	0.15.12,2	0.15.19,6

PHYSIQUE. — *Sur l'association de plusieurs condensateurs entre eux pour manifester les faibles doses d'électricité.* (Lettre de **M. P. Volpicelli** à *M. Pouillet.*)

« Volta et Cavallo furent les premiers, non pas seulement à imaginer, mais à pratiquer l'association de deux condensateurs entre eux pour accroître la tension électrique (1). Plus tard divers physiciens italiens, entre autres Gerbi (2) et les illustres Belli et Pianciani (3), firent mention de

(1) *Collezione delle Opere di Volta.* Firenze, 1816; t. I, p. 269.

(2) *Corso di Fisica.* Pisa, 1823; t. III, p. 239.

(3) *Corso di Fisica.* Milano, 1838; t. III, p. 393. — *Istituzioni fisico-chim.* Roma, 1834; t. III, p. 66.

cette méthode, et il y a peu de temps M. Gaugain (1) l'a employée avec assez de succès. En conséquence il sera peut-être utile de démontrer : 1° que la théorie de l'union entre eux de deux condensateurs est corollaire de celle qui en unit un nombre quelconque; 2° que sans doute il est nécessaire que le plateau du premier condensateur soit plus grand que celui du second, afin que l'accroissement de tension s'obtienne, mais que cette condition toute seule n'est pas suffisante; 3° que les nouvelles formules relatives à cette association, considérée d'une manière générale, complètent la doctrine du condensateur.

» Supposons donc que les condensateurs associés soient $\nu\gamma$ en nombre, et que les contacts, dans tout le système, entre eux, depuis la source de l'électricité jusqu'au dernier condensateur, se répètent n fois. Représentons par c la charge d'électricité initiale à explorer, et qui pourra être déficiente ou inépuisable. Ensuite pour le condensateur $k^{ième}$ et pour son contact $n^{ième}$ avec le plateau $(k-1)^{ième}$, soient

» m_k le rapport que j'appelle *électrostatique*, à savoir cette fraction qui dépend en même temps de la distance entre les deux disques et de la capacité spécifique d'induction du coïbent interposé;

» s_k la superficie du plateau collecteur;

» $c_k^{(n)}$ la charge de ce plateau;

» $x_{k-1}^{(n)}$ la quantité d'électricité restée libre sur le plateau $(k-1)^{ième}$ après qu'il a communiqué avec le $k^{ième}$ et n'étant pas encore retourné sur sa base;

» $y_k^{(n)}$ la quantité d'électricité dissimulée dans le plateau $k^{ième}$ et relative seulement à sa $n^{ième}$ communication avec la plateau $(k-1)^{ième}$;

» $\alpha_k^{(n)}$ l'électricité libre dans le plateau $k^{ième}$ joint à sa base non isolée et relative seulement au contact $n^{ième}$ avec le plateau $(k-1)^{ième}$;

» $\beta_k^{(n-1)}$ et $\gamma_k^{(n-1)}$ les deux électricités, l'une libre, l'autre dissimulée dans le plateau $k^{ième}$ reposé sur sa base communiquante avec le sol et après avoir exécuté le contact $(n-1)^{ième}$ entre lui et le plateau $(k+1)^{ième}$.

» Maintenant il est facile de voir que les quantités indiquées se lient

---

(1) *Comptes rendus*, 1853; t. XXXVI, p. 1084, et t. XXXVII, p. 84.

entre elles moyennant les équations suivantes :

$$
(1)\quad \begin{cases}
c_{k-1}^{(n)} = x_{k-1}^{(n)} + \alpha_k^{(n)} + y_k^{(n)}, \\
x_{k-1}^{(n)} : \alpha_k^{(n)} + \beta_k^{(n-1)} = s_{k-1} : s_k, \\
y_k^{(n)} + \gamma_s^{(n-1)} + \alpha_k^{(n)} + \beta_k^{(n-1)} = \dfrac{\alpha_k^{(n)} + \beta_k^{(n-1)}}{1 - m_k^2}, \\
c_k^{(n)} = y_k^{(n)} + \gamma_k^{(n-1)} + \alpha_k^{(n)} + \beta_k^{(n-1)}, \\
x_{k-1}^{(n)} = \dfrac{\beta_{k-1}^{(n)}}{1 - m_{k-1}^2}, \\
\gamma_{k-2}^{(n)} = x_{k-1}^{(n)} - \beta_{k-1}^{(n)}.
\end{cases}
$$

Si l'électricité c était déficiente, elle diminuerait à chaque contact avec le premier plateau : pour cela, $z^{(n)}$ représentant la même électricité après le $n^{ième}$ contact avec le même plateau, nous aurons

$$
(2)\qquad z^{(n-1)} - \alpha_1^{(n)} - y_1^{(n)} = z^{(n)},
$$

dans laquelle équation posant

$$
n = 1,
$$

nous aurons

$$
z^{(0)} = c.
$$

» Supposant dans les équations (1) $n = 1$, on aura

$$
\beta_k^{(0)} = \gamma_k^{(0)} = 0,
$$

et négligeant les deux dernières des équations (1), on obtiendra les équations

$$
(3)\quad \begin{cases}
c_{k-1}^{(1)} = x_{k-1}^{(1)} + \alpha_k^{(1)} + y_k^{(1)}, \qquad x_{k-1}^{(1)} : \alpha_k^{(1)} = s_{k-1} : s_k, \\
y_k^{(1)} + \alpha_k^{(1)} = \dfrac{\alpha_k^{(1)}}{1 - m_k^2}, \qquad c_k^{(1)} = y_k^{(1)} + \alpha_k^{(1)};
\end{cases}
$$

desquelles, par l'élimination, on obtiendra les équations

$$(4)\quad \begin{cases} \alpha_k^{(1)} = \dfrac{(1 - m_k^2)\, s_k\, c_{k-1}^{(1)}}{(1 - m_k^2)\, s_{k-1} + s_k}, & y_k^{(1)} = \dfrac{m_k^2\, s_k\, c_{k-1}^{(1)}}{s_k + (1 - m_k^2)\, s_{k-1}}, \\ x_{k-1}^{(1)} = \dfrac{(1 - m_k^2)\, s_{k-1}\, c_{k-1}^{(1)}}{(1 - m_k^2)\, s_{k-1} + s_k}, & c_k^{(1)} = \dfrac{s_k\, c_{k-1}^{(1)}}{(1 - m_k^2)\, s_{k-1} + s_k}, \end{cases}$$

relatives à un seul contact pour un condensateur quelconque. C'est-à-dire que la charge dans les plateaux va toujours diminuant du premier au dernier, quelles que soient les quantités s_{k-1}, s_k, m_{k-1}, m_k. Toutefois exprimant avec $t_k^{(1)}$ la tension du plateau $k^{ième}$, nous aurons

$$\frac{t_k^{(1)}}{t_{k-1}^{(1)}} = \frac{1}{1 - m_k^2 + \dfrac{s_k}{s_{k-1}}},$$

et il sera

$$t_{k-1}^{(1)} < t_k^{(1)},$$

si l'on a

$$(5)\quad 1 - m_k^2 + \frac{s_k}{s_{k-1}} < 1.$$

Mais on ne pourra vérifier la formule (5) sans vérifier aussi la formule

$$(6)\quad \frac{s_k}{s_{k-1}} < m_k^2;$$

donc il sera nécessaire, mais non suffisant, pour avoir l'accroissement de tension, quand on communique la charge d'un plateau à l'autre, que celui-ci soit plus grand que celui-là ; à savoir qu'on ait

$$s_{k-1} > s_k;$$

et de plus on devra vérifier la formule (6), c'est-à-dire que, à la production de l'effet indiqué, doit aussi concourir le rapport électrostatique du condensateur le plus petit.

» Le cas le plus commun dans la pratique, celui auquel nous nous arrêterons pour donner quelque développement aux formules précédentes, consiste dans l'association entre eux de deux condensateurs seulement, le premier plus grand que le second ; et dans la supposition que la source

primitive très-faible de l'électricité, qui doit se manifester par la répétition des contacts entre les disques des deux condensateurs, soit inépuisable. Pourtant, faisant $k = 2$ dans les équations (1), nous aurons les suivantes :

$$(7) \left\{ \begin{array}{l} c_1^{(n)} [= c_1^{(1)}] = x_1^{(n)} + y_2^{(n)} + \alpha_2^{(n)}, \\ x_1^{(n)} : \alpha_2^{(1)} + \alpha_2^{(2)} + \ldots + \alpha_2^{(n)} = s_1 : s_2, \\ y_2^{(1)} + y_2^{(2)} + \ldots + y_2^{(n)} + \alpha_2^{(1)} + \alpha_2^{(2)} + \ldots + \alpha_2^{(n)} = \dfrac{\alpha_2^{(1)} + \alpha_2^{(2)} + \ldots + \alpha_2^{(u)}}{1 - m_2^2}, \\ c_2^{(n)} = y_2^{(1)} + y_2^{(2)} + \ldots + y_2^{(n)} + \alpha_2^{(1)} + \alpha_2^{(2)} + \ldots + \alpha_2^{(n)}. \end{array} \right.$$

Ensuite, faisant $n = 1, 2, 3, \ldots,$ nous aurons, par le moyen de l'élimination, les

$$(8) \left\{ \begin{array}{ll} \alpha_2^{(n)} = \dfrac{(1 - m_2^2) s_2^n c_1^{(1)}}{h^n}, & c_2^{(n)} = \dfrac{p_n s_2 c_1^{(1)}}{h^n}; \\ y_2^{(n)} = \dfrac{m_2^2 s_2^n c_1^{(n)}}{h^n}, & x_1^{(n)} = \dfrac{(1 - m_2^2) p_n s_1 c_1^{(1)}}{h^n}; \end{array} \right.$$

dans lesquelles on a fait, pour abréger,

$$p_n = [(1 - m_2^2) s_1]^{n-1} + n[(1 - m_2^2) s_1]^{n-2} s_2 + \frac{n(n-1)}{1.2} [(1 - m_2^2) s_1]^{n-3} s_2^2 + \ldots + \frac{n(n-1)}{1.2} (1 - m_2^2) s_1 s_2^{n-2} + n s_2^{n-1},$$

$$h = (1 - m_2^2) s_1 + s_2.$$

» De la troisième des équations (8), il résulte

$$\frac{c_2^{(1)}}{s_2} < \frac{c_2^{(2)}}{s_2} < \frac{c_2^{(3)}}{s_2} < \ldots < \frac{c_2^{(n)}}{s_2};$$

c'est-à-dire les tensions de l'électricité recueillie sur le second plateau, éloigné de sa base, sont croissantes avec l'accroissement du nombre des contacts. Comme d'ailleurs la tension de l'électricité originaire indéficiente s'exprime par $\frac{c}{s}$, alors celle-ci se trouvera accrue dans le second plateau, éloigné de sa base après les n contacts, quand on aura

$$\frac{c_2^{(n)}}{s_2} > \frac{c}{s}, \quad \text{ou} \quad p_n s_1 > (1 - m_1^2) h^n.$$

Dans les même circonstances, il y aura le maximum d'accroissement de tension dans le second plateau quand sera

$$\frac{c_1^{(1)}}{s_1} < \frac{c_2^{(1)}}{s_2},$$

ou quand on aura

$$1 - m_2^2 + \frac{s_2}{s_1} < 1;$$

condition qui coïncide avec la formule (5).

» Pour faciliter la transmission de l'électricité de la source primitive au premier condensateur, et aussi de celui-ci à tous les autres, jusqu'au dernier du système, il faut employer un conducteur de seconde classe. Ce moyen est indispensable entre la source d'électricité et le premier condensateur quand elle consiste en un coïbent électrisé. Cela dérive de la faculté qu'ont les conducteurs liquides d'absorber l'électricité des corps isolants électrisés; faculté qui, pour la première fois, a été signalée par l'illustre physicien M. E. Marianini, et à laquelle on doit faire attention pour bien conduire les expériences de ce genre. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les restes produits par la recherche du plus grand commun diviseur entre deux polynômes; par* **M. Faa de Bruno.**

« Soient les fonctions

$$P = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_n$$
$$Q = b_0 x^{n-1} + b_1 x^{n-2} + b_2 x^{n-3} + \ldots + b_{n-1},$$

et supposons que l'on effectue entre elles l'opération du plus grand commun diviseur, en changeant les signes des restes, comme dans le procédé de M. Sturm pour la détermination du nombre des racines réelles de l'équation $P = 0$. M. Cauchy a fait voir que les restes fournis par une semblable opération pouvaient être très-aisément obtenus en fonction des coefficients de P et de Q par la méthode des clefs algébriques si simple et si expéditive pour le calcul. A cet effet, il pose

$$\frac{Q}{P} = s_0 x^{-1} + s_1 x^{-2} + s_2 x^{-3} + \ldots + s_p x^{-p-1} + \ldots.$$

et il donne, sauf quelque léger changement, la formule suivante pour la

valeur du reste u_μ de degré $n-\mu$,

$$u_\mu = \left(a_0^{\mu-1}\frac{s_{\mu-2}}{s_{\mu-1}}\cdot\frac{s_{\mu-4}}{s_{\mu-3}}\cdots\right)^2 \sum_{l=0}^{l=n-\mu} x^l \begin{vmatrix} s_0 & s_1 & s_2 & s_{\mu-1} \\ s_1 & s_2 & s_3 & s_\mu \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ s_{\mu-2} & s_{\mu-1} & s_\mu \ldots & s_{2\mu-3} \\ S_0 & S_1 & S_2 \ldots & S_{\mu-1} \end{vmatrix}$$

où l'on a

$$S_i = a_{n-\mu-l}\, s_{\mu+i-1} + a_{n-\mu-l-1}\, s_{\mu+i} + \ldots + a_0\, s_{n-l+i-1}.$$

» Mais il restait à voir comment ces coefficients s_0, s_1, s_2, etc., du développement de $\frac{P}{Q}$ en série suivant les puissances ascendantes de x^{-1} étaient liés à ceux de P et de Q. C'est ce qui est facile à trouver, et l'on a en effet :

$$s_p = (-1)^p \frac{1}{a_0^{p+1}} \begin{vmatrix} b_0 & a_0 & 0 & 0 & \ldots 0 \\ b_1 & a_1 & a_0 & 0 & \ldots 0 \\ b_2 & a_2 & a_1 & a_0 & \ldots 0 \\ b_3 & a_3 & a_2 & a_1 & \ldots 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{p-1} & a_{p-1} & a_{p-2} & a_{p-3} & \ldots a_0 \\ b_p & a_p & a_{p-1} & a_{p-2} & \ldots a_1 \end{vmatrix}$$

» Je remarque encore que l'expression de u_μ est susceptible d'être simplifiée. En effet, S_i peut être considéré comme une partie du coefficient de $x^{-(n-l+i)}$ dans le produit de

$$a_0 + a_1 x^{-1} + a_2 x^{-2} + \ldots, \text{ par } s_0 x^{-1} + s_1 x^{-2} + s_2 x^{-3} + \ldots,$$

qui n'est autre chose que

$$b^0 x^{-1} + b_1 x^{-2} + b_2 x^{-3} + \ldots + b_{n-l+i-1} x^{-(n-l+i)} + \ldots + b_{n-1} x^{-n}.$$

» Par conséquent on a

$$S_i = b_{n-l+i-1} - (a_{n-\mu-l+1}\, s_{\mu+i-2} + \ldots + a_n\, s_{i-l-1}).$$

» En négligeant alors les termes, qui dans le déterminant ci-dessus fourniraient des lignes horizontales semblables à celles qui déjà y figurent,

on aura simplement

$$S_0 = b_{n-l-1}$$
$$S_1 = b_{n-l} - a_{n-l}\, s_0$$
$$S_2 = b_{n-l+1} - a_{n-l}\, s_1 - a_{n-l+1}\, s_0$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$S_i = b_{n-l+i-1} - a_{n-l}\, s_{i-1} - a_{n-l+1}\, s_{i-2} - \dots - a_n\, s_{i-l-1}$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$S_{\mu-1} = b_{n-l+\mu-2} - a_{n-l}\, s_{\mu-2} - a_{n-l+1}\, s_{\mu-3} - \dots - a_n\, s_{\mu-2-l}.$$

Ainsi on n'aura plus besoin de calculer s_p que pour les valeurs de p comprises entre 0 et $\mu - 2$.

» On peut aussi exprimer très-facilement le reste u_μ en fonction des racines. Il suffit pour cela d'observer, qu'en appelant P' la dérivée de P, et $\left(\frac{Q}{P'}\right)_i$ ce que devient $\frac{Q}{P'}$ après y avoir fait $x = x_i$, x_i étant une racine de l'équation $P = 0$, on a

$$s_p = \sum \left(\frac{Q}{P'}\right) x_i^p.$$

En employant alors une transformation de clefs algébriques, pareille à celle dont M. Cauchy s'est servi dans une autre occasion, on trouve, à un facteur positif près,

$$-1 . u_\mu = \left(\frac{Q}{P'}\right)_1 \left(\frac{Q}{P'}\right)_2 \cdots \left(\frac{Q}{P'}\right)_n \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \dots x_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{\mu-2} & x_2^{\mu-2} & x_3^{\mu-2} & \dots x_n^{\mu-2} \\ x_1^{\mu-1} & x_2^{\mu-1} & x_3^{\mu-1} & \dots x_n^{\mu-1} \end{vmatrix} \sum x^l \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots 1 \\ x_1 & x_2 & \dots x_n \\ x_1^2 & x_1^2 & \dots x_n^2 \\ \dots & \dots & \dots \\ x_1^{\mu-2} & x_2^{\mu-2} & \dots x_n^{\mu-2} \\ x_1^{\mu-1} D_{x_1} & x_2^{\mu+2} D_{x_2} & \dots x_n^{\mu-1} D_{x_n} \end{vmatrix} a_{n-\mu-l+1}$$

En effet, on trouverait ici, pour un des éléments de la dernière ligne du déterminant sous le signe $\sum$, l'expression

$$\sigma_h = \left(a_{n-\mu-l} + a_{n-\mu-l+1}\, x_h + a_{n-\mu-l-2}\, x_h^2 + \dots + a_0\, x_h^{n-\mu-l}\right) x_h^{\mu-1}.$$

Or la quantité entre parenthèses n'est autre chose que

$$- D_{x_h} . a_{n-\mu-l+1}.$$

Lorsque $l = n - \mu$, σ_h se réduit à $a_0 x_h$, et par suite le coefficient de la plus haute puissance dans u_μ devient, après une transformation connue,

$$\left(\frac{Q}{P'}\right)_1 \left(\frac{Q}{P'}\right)_2 \cdots \left(\frac{Q}{P'}\right)_n \begin{vmatrix} s_0 & s_1 & s_2 & \ldots & s_{\mu-1} \\ s_1 & s_2 & s_3 & \ldots & s_\mu \\ s_2 & s_3 & s_4 & \ldots & s_{\mu+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ s_{\mu-2} & s_{\mu-1} & s_\mu & \ldots & s_{3\mu-3} \\ s_{\mu-1} & s_\mu & s_{\mu+1} & \ldots & s_{2\mu-2} \end{vmatrix}$$

Si $Q = P'$, le nombre des variations de signes, présentées par la série des divers déterminants de cette forme, sera égal, comme on sait, à celui des couples des racines imaginaires de l'équation $P = 0$. Alors aussi s_p en général devient la somme des $p^{i\grave{e}mes}$ puissances semblables des racines de cette même équation. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Caractères des vins rouges additionnés d'alun, et application de ces caractères à la constatation de petites quantités de ce sel introduites dans le vin ; par* **M. J.-L. Lassaigne.**

« Appelé dans ces derniers temps à donner notre opinion sur un vin falsifié, déclaré contenir de l'alun en certaine proportion, nous avons dû, avant de nous prononcer, faire quelques expériences comparatives. Les essais auxquels nous nous sommes livré, nous ont appris que les sels alumineux en général, en solution dans les vins rouges, se décomposent en partie plus ou moins promptement, suivant la température à laquelle on opère, et qu'il résulte de cette réaction la précipitation d'un composé coloré formé par l'union de l'alumine avec une portion de la matière colorante du vin ; que ce composé, d'une couleur rose hortensia, ou tirant un peu sur le violet, suivant l'espèce de vin rouge, est une véritable laque comme en produit l'alumine avec la plupart des principes colorants organiques.

» Lorsqu'on porte à l'ébullition pendant quelques minutes un vin rouge quelconque, additionné d'une très-petite quantité d'alun, il se trouble peu à peu et donne lieu à un précipité floconneux qui, par le repos et le refroidissement, se rassemble au fond du vase en une laque colorée complétement insoluble. Ce dépôt, qu'on peut isoler facilement par décantation et filtration, présente des réactions qui caractérisent la couleur empruntée au vin luimême ; en le calcinant au contact de l'air dans un creuset de platine, il

laisse un résidu blanc pulvérulent, assez abondant, présentant tous les caractères de l'alumine anhydre.

» Les vins rouges purs, et non additionnés de sel alumineux, ne se troublent pas par l'ébullition même prolongée, et d'ailleurs le dépôt qu'ils pourraient donner quelquefois dans cette condition, ne présenterait pas la composition indiquée ci-dessus.

» Les expériences directes que nous avons entreprises, et qui font l'objet d'un Mémoire non encore terminé, nous ont démontré que par le moyen simple mentionné dans cette Note, on pouvait déceler assez promptement de $\frac{1}{1000}$ à $\frac{1}{2000}$ d'alun potassique ou ammoniacal dissous dans un vin rouge, et jusqu'à même $\frac{1}{3000}$. Une proportion plus faible pourrait également être constatée dans un vin suspecté en réduisant son volume par l'évaporation, et recueillant avec soin le dépôt qui se formerait dans cette circonstance et l'examinant ensuite. »

PHYSIOLOGIE. — *De l'action du chloroforme sur le sang.* (Extrait d'une Lettre de M. le Dr **Charles-T. Jackson** à *M. Élie de Beaumont.*)

« Boston, le 15 janvier 1856.

» J'ai eu dernièrement l'occasion d'analyser par ordre du coroner le sang d'une femme qui avait succombé aux effets de l'inhalation du *chloroforme*, et j'ai découvert que le sang était décomposé par le chloroforme et que le terchloride de formyle (chloroforme) était changé en teroxyde de formyle (acide formique), que j'ai retiré du sang par la distillation. Le chlore était combiné avec le sang, qui avait perdu la propriété de se coaguler et celle de rougir par l'exposition à l'oxygène de l'air. »

M. Courbon prie l'Académie de vouloir bien faire examiner par une Commission un *herbier* qu'il a formé aux environs de Montevideo et dans l'île de Saint-Gabriel, et qu'il destine au Muséum d'Histoire naturelle. Il désire savoir s'il y aurait de l'intérêt pour la science à faire de cette flore locale l'objet d'une publication.

Si M. Courbon veut présenter une description de la collection qu'il a formée, son Mémoire sera soumis à l'examen d'une Commission.

M. Ritz prie l'Académie de lui faire savoir le jugement qui aura été porté sur une Note qu'il avait adressée, en juillet 1855, sur la *direction des aérostats au moyen de l'hélice.*

(Renvoi à l'examen des Commissaires désignés : MM. Poncelet, Piobert, Seguier.)

M. **Piffer** annonce avoir construit le modèle d'un appareil destiné de même à diriger les *aérostats*, et dans lequel il fait également usage de l'*hélice*.

Si l'auteur veut envoyer une description suffisamment détaillée de cet appareil, sa Note sera renvoyée, s'il y a lieu, à l'examen d'une Commission.

M. **Dudouit** adresse des remarques relatives au programme de l'un des prix de Mathématiques proposés pour l'année 1856 (question concernant le dernier théorème de Fermat) et demande que ces remarques soient communiquées aux Membres de la Commission chargée de juger les pièces admises à ce concours.

(Réservé pour la future Commission.)

M. **l'abbé Rondon** adresse d'Aix une nouvelle Lettre relative à sa Note intitulée : « Les neuf partages égaux de la surface du globe. »

A 5 heures et quart, l'Académie se forme en comité secret.

COMITÉ SECRET.

Au nom de la Section de Géométrie, M. **Lamé** présente la liste suivante de candidats pour la place de Correspondant vacante par suite de la nomination de *M. Lejeune-Dirichlet* à une place d'Associé étranger :

En première ligne. . . .	M. **Ostrogradski**, à Saint-Pétersbourg.
En deuxième ligne (par ordre alphabétique.)	M. **Bour**, à Saint-Étienne. M. **Cayley**, à Cambridge. M. **Kummer**, à Berlin. M. **Richelot**, à Kœnigsberg. M. **Rosenhain**, à Breslau. M. **Sarrus**, à Strasbourg. M. **Sylvester**, à Londres. M. **Thomson**, à Glascow.

Les titres de ces candidats sont discutés. L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 6 heures.